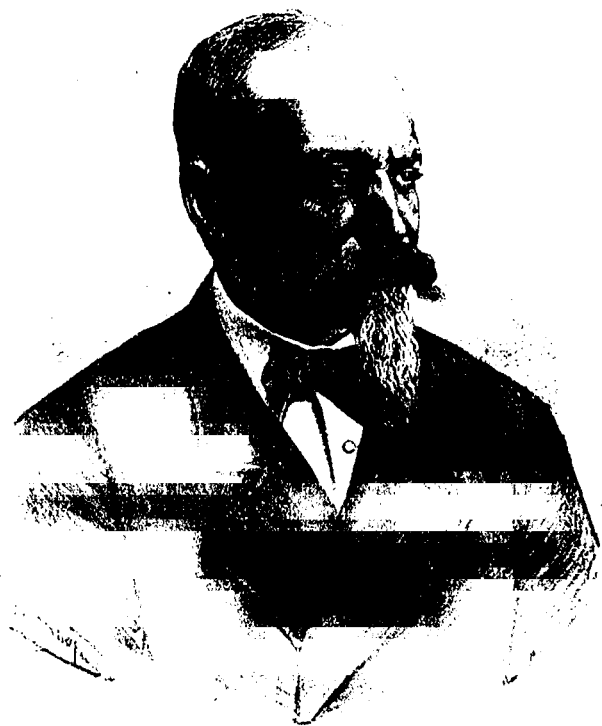


ANNUARIO  
DA  
ACADEMIA POLYTECHNICA  
DO PORTO



FRANCISCO DE SALLES GOMES CARDOSO



GUILHERME ANTONIO CORREIA

ANNUARIO

DA

ACADEMIA POLYTECHNICA

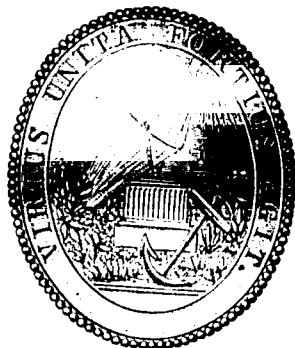
DO

PORTO

---

ANNO LECTIVO DE 1890-1891

*(decimo quarto anno)*



PORTO

TYPOGRAPHIA OCCIDENTAL

66—Rua da Fabrica—66

—  
1891

# RELATORIO DOS FACTOS MAIS IMPORTANTES

QUE TIVERAM LOGAR NA

## ACADEMIA POLYTECHNICA

NO ANNO LECTIVO DE 1889-1890

LIDO PELO DIRECTOR DA MESMA ACADEMIA

NA SESSÃO PUBLICA DE 17 D'OUTUBRO DE 1890

---

SENHORES :



**V**ENHO hoje, para cumprir o mais elevado dos deveres do meu cargo, abrir o anno lectivo de 1890 a 1891, lendo-vos o relatorio dos factos mais importantes, que n'esta Academia tiveram logar no anno lectivo que vem de findar, e distribuindo os diplomas de premio e *accessit* aos alumnos que o Conselho, na sua sessão de 15 do corrente, julgou dignos d'esta honra.

Principiando pela leitura do relatorio, vou referir-me n'elle aos mesmos pontos, a que me tenho referido nos relatorios, que tenho tido a honra de lêr perante vós no principio dos annos lectivos anteriores. Como n'estes, occupar-me-hei hoje da frequencia, do serviço d'aulas e actos, dos gabinetes auxiliares do ensino, das obras do edificio, etc.

## FREQUENCIA

Foi a Academia Polytechnica frequentada no anno lectivo de 1889 a 1890 por 237 alumnos, que abriram 785 matriculas.

Comparando o primeiro d'estes numeros com os que lhe correspondem nos annos anteriores, vê-se que o numero de alumnos que frequentaram este estabelecimento d'ensino, augmentou até 1888, attingindo n'este anno o maximo 242, e que se conservou depois até á actualidade na proximidade d'este maximo. Fazendo análoga comparação para o segundo numero, vê-se que se tem conservado proximamente igual a 3, desde a ultima reforma da Academia até hoje, a média do numero de cadeiras frequentadas por cada alumno.

## SERVIÇO D'AULAS

Correu muito irregular o serviço d'aulas no anno lectivo passado, concorrendo para isso varias causas, entre as quaes teve principal importancia a epidemia que assolou esta cidade durante o inverno e que obrigou o governo a mandar suspender o serviço academico durante quasi um mez.

Para o serviço de regencia de cadeiras houve falta de pessoal, por não estar completo o quadro do professorado e por terem estado alguns lentes ausentes em commissões. Esta falta foi porém facilmente remediada, regendo alguns lentes duas cadei-

ras e prestando-nos o illustre professor do Lyceu do Porto, sr. conselheiro Costa e Almeida, o favor importante, que folgo d'aqui registrar, de reger a cadeira de Economia politica.

#### SERVIÇO D'ACTOS

O serviço d'actos correu com a regularidade habitual. No *Annuario* d'este anno lectivo vereis os resultados distribuidos por cadeiras. Aqui limitar-me-hei a communicar-vos que, nos actos realizados nos mezes de junho e julho houve 388 approvações e 79 reprovações. Em outubro houve 46 approvações e 40 reprovações.

Junctando os numeros relativos ás duas epochas d'actos, vê-se que em cada 100 actos houve 55 approvações, resultado menos agradavel do que o do anno anterior no qual, em cada 100 actos, houve 64 approvações.

#### MISSÕES

Foi no anno lectivo, que vem de findar, approvado pelo governo, por portaria de 31 de janeiro, o regulamento dos trabalhos das missões, que devem ser executadas pelos alumnos que frequentam os cursos especiaes de Engenharia.

Os alumnos, que frequentam o curso de Engenharia d'obras publicas, foram mandados realisar as



suas missões nos caminhos de ferro do Minho e Douro. Pelo que respeita aos que frequentam o curso de Engenharia de minas, por não haver no paiz minas, cuja administração pertença ao estado, recorri ao sr. director da companhia das minas de Montalto, do qual obtive licença para os alumnos realisarem n'ellas as suas missões.

Julgo do meu dever manifestar aqui n'esta occasião os meus sentimentos de gratidão aos srs. director dos caminhos de ferro do Minho e Douro e director da companhia das minas de Montalto pelos altos serviços prestados aos alumnos d'esta Academia, certo de que todo o Conselho academico me acompanha nos mesmos sentimentos.

#### GABINETES

Pelo *Anuario* de 1890 a 1891 vereis quaes foram as acquisições feitas durante o anno de 1889 a 1890 para os gabinetes auxiliares do ensino. Aqui não devo todavia deixar de mencionar tres presentes importantes feitos aos gabinetes de Mineralogia e Zoologia.

Pela direcção dos trabalhos geologicos foram offerecidos ao gabinete de Mineralogia e Paleontologia algumas centenas de exemplares de mineraes, rochas e fosseis, duplicados das collecções d'esta commissão.

Ao mesmo gabinete foi offerecido pelo sr. Jacintho Pereira Gomes uma bella collecção de rochas de Cintra e alguns fosseis terciarios de Lisboa.

Ao gabinete de Zoologia foi offerecida pela direcção do gabinete de Zoologia da Escola Polytechnica de Lisboa uma bonita collecção de 100 aves, pertencentes á fauna africana.

### OBRAS NO EDIFICIO

Tem-se dado ultimamente bastante desenvolvimento ás obras do edificio. Completou-se o amphitheatro que estava em construcção no pavimento terreo; e construíram-se quatro salas no mesmo pavimento.

Com as sobras da verba que temos para obras, continuaram-se as expropriações das lojas pertencentes aos meninos orphãos, passando para a posse da Academia as lojas n.<sup>os</sup> 20, 22 e 24 do Passeio da Graça.

A questão da remoção dos orphãos para fóra do edificio da Academia continua a ser para nós todos um ponto da maior importancia. A necessidade de novas salas é cada vez maior e não temos terreno onde as construamos. N'uma das suas ultimas sessões, a camara municipal do Porto resolveu pedir ao governo o edificio do Carmo, onde hoje está installada a guarda municipal, para ser para ahi transferido o collegio dos meninos orphãos. Oxalá que o alvitre apresentado pelo illustre senado portuense seja adoptado pelo governo, que n'isto presta decerto um serviço consideravel a esta Academia, ao collegio dos meninos orphãos e á cidade do Porto.

## RESOLUÇÕES DO CONSELHO

Durante o anno lectivo, o conselho academico, sempre sollicito em melhorar o ensino que lhe está confiado, discutiu alguns pontos tendo relações com o mesmo ensino. Entre os pontos considerados tem principal importancia o que se refere á extincção do Curso de Commercio e ao aperfeiçoamento do Curso de Engenharia de obras publicas. O conselho academico, considerando que a existencia do Curso de Commercio n'esta Academia se tornou desnecessaria desde que foi creado no Instituto Industrial d'esta cidade o Curso superior de Commercio; considerando que este curso não tem cadeiras sufficientes para dar resultados efficazes, e considerando finalmente que é insignificante o numero de alumnos que o frequentam; e desejando, por outra parte, aperfeiçoar o Curso de Engenharia d'obras publicas, resolveu representar ao governo pedindo que seja extincto o Curso de Commercio e que uma cadeira, que é supprimida em virtude d'esta extincção, seja substituida por outra em que se professem parte das doutrinas, que hoje constituem a 14.<sup>a</sup> cadeira.

A solução do objecto da representação do Conselho está pendente da resolução do governo.

---

Sabeis bem, senhores, que, em cada um dos tres ultimos annos, tem sido posto á minha disposição pelo sr. Ascensio de Freitas Pimentel Soromenho, portuguez residente na Australia, um premio para o

primeiro estudante dos Cursos de Engenharia. Nova e maior prova de interesse pelo nosso estabelecimento vem de ser dada este anno pelo sr. Soromenho. Dous premios foram postos á minha disposição para serem conferidos aos dous estudantes que, no anno lectivo que vem de terminar, tenham cursado as aulas de Engenharia com maior aproveitamento.

Julgo do meu dever communicar-vos esta bella acção, certo de que todos vós, professores e estudantes, apreciareis o alto gráo de civismo de quem, longe da patria, se não esquece do seu paiz e comprehende a alta importancia da instrucção para o progresso dos povos.

---

Dous golpes dolorosos soffreu esta Academia no anno lectivo que findou. A 21 de janeiro tivemos a dôr de perder o nosso collega dr. Francisco de Salles Gomes Cardoso, que uma grave enfermidade ha muito tempo tinha affastado do serviço academico. Passados poucos mezes, a 10 de junho, seguia-o ao tumulo Guilherme Antonio Corrêa, arrebatado quasi inesperadamente por uma doença cruel.

Francisco de Salles Gomes Cardoso nasceu a 28 de fevereiro de 1816 n'esta cidade do Porto, e era filho do dr. Miguel Joaquim Gomes Cardoso Senior e de D. Maria Ignacia Alvares de Queiroz.

Tinha 16 annos apenas e cursava preparatorios, quando o exercito libertador entrou n'esta cidade em 9 de julho de 1832, sendo n'essa occasião aggregado ao corpo de policia preventiva da 7.<sup>a</sup> secção, com séde em Cedofeita, no qual prestou bons serviços á causa

liberal, entrando em diligencias importantes, em algumas das quaes correu risco a sua vida e que lhe valeram o ser agraciado com a medalha da liberdade, algarismo 2, e com o habito da Torre e Espada.

Em 1833 assentou praça como voluntario em marinha, e mais tarde, terminadas as campanhas da liberdade, matriculou-se n'esta Academia, então escola de marinha e commercio, no curso de officiaes da armada; curso que foi terminar a Lisboa na companhia dos guardas marinhas, obtendo a respectiva carta em 1842.

Em outubro de 1843 matriculou-se nas faculdades de mathematica e phylosophia da Universidade de Coimbra, onde fez um curso dos mais distinctos, sendo laureado com premios e honras de *accessit*, e terminando por obter o grão de doutor na faculdade de phylosophia e o grão de bacharel na de mathematica.

Munido d'estes documentos e preferindo a vida socegada do professor á vida bella, mas agitada, do marinheiro, requereu pela secretaria dos negocios da marinha licença para concorrer ao logar de lente d'esta Academia, licença que lhe foi concedida por portaria de 5 de agosto de 1851, sendo despachado lente substituto da secção de phylosophia por decreto de 30 de julho de 1851 e promovido a lente proprietario da 10.<sup>a</sup> cadeira por decreto de 2 de março de 1859.

Foi n'esta occasião collocado no quadro dos officiaes de marinha em inactividade, onde continuou até 1889, sendo então aposentado no posto de almirante.

Os serviços desempenhados pelo dr. Salles n'esta Academia são bem conhecidos de todos. Como professor, regeu primeiramente, na classe de substituto, as diversas cadeiras da secção de phylosophia, depois na classe de proprietario, a cadeira de botanica, na qual succedeu ao barão de Castello de Paiva. N'uma ocasião em que houve difficuldades em encontrar quem se encarregasse da regencia da 1.<sup>a</sup> cadeira da secção de mathematica, prestou-se elle a fazer este serviço, que o Conselho academico apreciou devidamente, inserindo um voto de agradecimento n'uma das actas das suas sessões.

Como lente mais antigo, exerceu durante algum tempo o cargo de director interino.

Fôra do serviço academico, desempenhou algumas commissões civis e militares de utilidade publica. Foi um dos encarregados de organizar os trabalhos preparatorios para a secção portugueza da exposição internacional de Londres, sendo louvados os serviços prestados n'uma portaria do ministerio do reino de 11 de julho de 1863. Foi membro da commissão encarregada de julgar das habilitações dos candidatos a aspirantes e guardas marinhas em 1847. Foi por varias vezes membro do conselho do districto do Porto, etc.

Não devo deixar de mencionar ainda o serviço prestado á instrucção popular pelo dr. Salles, regendo gratuitamente durante algum tempo uma cadeira de arithmetica e geometria applicada ás artes e industrias na Associação Industrial portuense.

Tinha verdadeiro amor a esta Academia. Já velho e cansado, vinha ainda reger a sua cadeira. Só

faltou quando, prostrado por uma apoplexia, não pôde mais sahir de casa.

Ferido por esta grave doença, viveu ainda bastante tempo até que um ataque de *influenza* acabou por victimal-o.

---

Agora algumas palavras a respeito de Guilherme Antonio Corrêa. Devo-as ao favor de Thaddeo Maria d'Almeida, que amigo intimo e collega do finado na arte, melhor do que ninguem pôde apreciar o artista illustre cuja perda todos nós deploramos.

Guilherme Antonio Corrêa nasceu n'esta cidade no dia 23 de maio de 1829, e era filho de Antonio José Corrêa e de D. Thomasia Rosa Graça.

Desde muito joven mostrou disposições não vulgares para o desenho, e, a par dos seus estudos litterarios, dedicou todo o tempo de que podia dispor ao estudo d'aquella arte, sob a habil direcção de seu irmão João Antonio Corrêa, actualmente director e distincto professor de pintura historica na Academia portuense de Bellas-Artes.

Nos annos de 1841, 1842, 1843 e 1844 estudou perspectiva linear, anatomia artistica e pintura na referida Academia.

No anno de 1850 fez acto do 1.º anno mathematico na Academia Polytechnica, e em seguida, auxiliado por uma subscrição promovida pelo lente d'esta Academia Joaquim Torquato Alvares Ribeiro e mais alguns amigos, que receiavam que se não podesse aproveitar uma vocação tão pronunciada para

as artes do desenho, foi para Paris completar os seus estudos, o que era a sua maior aspiração.

Chegado a Paris, foi logo admittido no atelier de M. Ivon. Entrando depois no concurso de admissão á escola nacional de Bellas-Artes d'aquella capital, foi recebido n.º 3, provando este facto quão bem preparado ia para em tão pouco tempo conseguir um logar tão honroso.

N'esta escola continuou a estudar sob a direcção dos mais insignes professores, sendo digno de notar-se o excepcional apreço, que aos seus desenhos tributava o illustre professor e membro do Instituto, Flandrin.

Tanto no Louvre como no Luxembourg, copiou quadros de subido valor em diversos generos, como assumptos historicos, decorativos, paisagens, animaes, etc., alguns dos quaes vieram enriquecer a Academia portuense de Bellas-Artes e algumas das casas que mais haviam contribuido para a sua permanencia em Paris.

De 1855 a 1856 estudou architectura civil no atelier do celebre Labrouste. N'este anno de 1856 voltou para Portugal, onde patenteou o grande aproveitamento dos estudos, que fizera n'um paiz onde abundam artistas de primeira ordem e museus ricos de obras primas de bellas-artes, desenhando e pintando retratos, que lhe fazem grande honra. Entre os desenhados sobresaem o de Joaquim Torquato Alvares Ribeiro e o de João Baptista Ribeiro, ambos n'esta sala, e o de Manoel José Carneiro, na sala de pintura historica da Academia portuense de Bellas-Artes; entre os pintados o do visconde de Azevedo.



Guilherme Corrêa distinguiu-se tambem muito na lytographia. Fez algumas que não são inferiores ás melhores, que nos veem do estrangeiro, taes são a de Santa Margarida de Cortona, á vista do quadro original do Vieira Portuense, que está n'um dos altares da igreja dos terceiros de S. Francisco, a do bispo do Porto D. Jeronymo, á vista do retrato pintado a oleo por Augusto Roquemont, o retrato de D. Pedro V, etc.

Munido de tão brilhantes documentos veio a concurso a esta Academia Polytechnica ao lugar de lente substituto da cadeira de desenho, para o qual foi despachado por decreto de 20 de agosto de 1863, tomando posse a 7 de outubro do mesmo anno.

Havendo presenteado a Academia de Bellas-Artes com valiosissimos estudos feitos em Paris, foi em 16 de maio de 1867 nomeado por ella academico de merito, sendo confirmada essa nomeação por Sua Magestade em portaria de 24 do mesmo mez.

Por portaria de 14 de maio de 1867 foi nomeado para reger, em commissão, a 2.<sup>a</sup> e 8.<sup>a</sup> cadeiras do Instituto industrial do Porto; por decreto de 12 de setembro de 1871 foi nomeado professor proprietario da 8.<sup>a</sup> cadeira; e por decreto de 15 de fevereiro de 1887 foi nomeado professor proprietario da 17.<sup>a</sup> cadeira do mesmo Instituto.

Foi um professor distincto, sempre zeloso em cumprir os seus deveres e dotado de alto bom senso. Depois de longo padecimento succumbiu no dia 10 de junho de 1890 completando 61 annos e 18 dias.

---

Chegado ao termo do meu relatório, só me resta, senhores, agradecer-vos a benevolencia com que me tendes ouvido, e pedir-vos que, juntos commigo, saudemos os alumnos que pelo seu trabalho e talento foram julgados dignos dos diplomas, que vou ter o prazer de lhes entregar.

Academicos laureados, por mim e em nome dos que me ouvem, eu vos felicito pelo bom resultado de vossos esforços. Que a sciencia continue a illuminar vossos espiritos, que em vós põe a patria as suas maiores esperanças.

DISSE.



I

Organisação

# I

## PESSOAL

---

### A—Pessoal do quadro legal da Academia

---

#### 1. Direcção

*Francisco Gomes Teixeira*, doutor na faculdade de Mathematica da Universidade de Coimbra, antigo lente da mesma faculdade, socio correspondente da Academia Real das Sciencias de Lisboa, da Academia Real das Sciencias de Madrid, da Sociedade Real das Sciencias de Liège, da Sociedade Real das Sciencias de Praga, etc.

Rua do Costa Cabral, 148.

#### 2. Corpo docente

##### LENTES CATHEDRATICOS

*Francisco da Silva Cardoso*.

Rua da Alegria, 341.

*José Joaquim Rodrigues de Freitas*, engenheiro civil pela

Academia Polytechnica do Porto, socio correspondente da Academia Real das Sciencias de Lisboa, etc.

Rua do Sol, 140.

*Conde de Campo Bello*, doutor na faculdade de Philosophia e bacharel na de Mathematica da Universidade de Coimbra, socio correspondente da Academia Real das Sciencias de Lisboa, etc.

Quinta de Campo Bello, (Gaya).

*Joaquim de Azevedo Souza Vieira da Silva Albuquerque*, engenheiro civil pela Academia Polytechnica do Porto, antigo professor do Lyceu Nacional do Porto, etc.

Rua dos Foguetiros, 1.

*Antonio Joaquim Ferreira da Silva*, bacharel formado na faculdade de Philosophia da Universidade de Coimbra, director do Laboratorio Municipal de chimica do Porto, socio correspondente da Academia Real das Sciencias de Lisboa, etc.

Rua da Alegria, 929.

*José Diogo Arroyo*, do conselho de Sua Magestade, doutor na faculdade de Philosophia da Universidade de Coimbra, lente do Instituto Industrial e Commercial do Porto, etc.

Largo da Picaria, 5.

*Manoel da Terra Pereira Vianna*, bacharel formado nas faculdades de Mathematica e de Philosophia da Universidade de Coimbra, engenheiro pela Eschola de Pontes e Estradas de Paris e lente do Instituto Industrial e Commercial do Porto, etc.

Rua de Santa Catharina, 473.

*Wenceslau de Sousa Pereira Lima*, doutor na faculdade de Philosophia da Universidade de Coimbra, membro do Conselho Superior de Instrução Publica e deputado ás côrtes.

Rua de Cedofeita, 173.

*Roberto Rodrigues Mendes*, bacharel na faculdade de Mathematica da Universidade de Coimbra, capitão d'engenharia e lente do Instituto Industrial e Commercial do Porto.

Rua de S. Lazaro, (Hotel America).

*Luiz Ignacio Woodhouse*, bacharel formado na faculdade de Mathematica da Universidade de Coimbra e lente do Instituto Industrial e Commercial do Porto.

Rua do Breyner, 118.

*Manoel Amandio Gonçalves*, bacharel formado na faculdade de Philosophia da Universidade de Coimbra, lente do Instituto Industrial e Commercial do Porto.

Leça de Palmeira.

*Duarte Leite Pereira da Silva*, bacharel formado nas faculdades de Mathematica e Philosophia da Universidade de Coimbra.

Rua de S. Lazaro, 118.

*Manoel Rodrigues de Miranda Junior*, engenheiro civil pela Academia Polytechnica do Porto e lente do Instituto Industrial e Commercial do Porto.

Rua de Cedofeita, 490.

*Victorino Teixeira Laranjeira*, bacharel na faculdade de Mathematica da Universidade de Coimbra, capitão d'engenharia e lente do Instituto Industrial e Commercial do Porto.

Praça da Batalha, 37.

*Aarão Ferreira de Lacerda*, doutor na faculdade de Philosophia da Universidade de Coimbra.

Rua da Alegria, 913.

*José Alves Bonifacio*, engenheiro civil pela Academia Polytechnica do Porto.

Rua do Calvario, 9.

#### LENTEs sUBSTITUTOS

*José Pedro Teixeira*, doutor na faculdade de Mathematica da Universidade de Coimbra.

Estão vagos 2 logares de substitutos, um na secção de Philosophia, e outro na secção de Desenho.

#### 3. Secretaria

Secretario.— *Bento Vieira Ferraz d'Araujo*, bacharel formado na faculdade de Direito da Universidade de Coimbra.

Avenida da Boa-Vista, 87.

#### 4. Bibliotheca

Bibliothecario. — *Antonio Joaquim de Mesquita Pimentel*.

Largo da Lapa, 12.

#### 5. Jardim Botânico

Guarda, primeiro official do Jardim Botânico.— *Joaquim Casimiro Barbosa*, (interinamente).

Massarellos, 49.

#### 6. Laboratorio Chimico

Guarda-preparador do Laboratorio Chimico.— *Augusto*

*Wenceslau da Silva*, bacharel formado na faculdade de Philosophia da Universidade de Coimbra.

Rua Formosa, 325.

### 7. Gabinete de physica

Guarda-demonstrador de physica experimental.—*Antonio José de Lima*.

Rua do Bomjardim, 290.

### 8. Empregados subalternos

Guarda-mór.—*Joaquim Filippe Coelho*, no edificio da Academia.

Guarda subalterno.—*José Baptista Mendes Moreira*, Campo Alegre, 473.

Guarda subalterno.—*Francisco Martins Ferreira Borges*, Rua da Ferraria, 439.

Guarda subalterno.—*Antonio Correia da Silva*, no edificio da Academia.

Servente do Laboratorio chimico e do gabinete de Physica.—*Domingos Gomes da Cruz*, Travessa de S. Dyonisio, 99.

Servente da secretaria e porteiro.—*Antonio Teixeira da Costa*, Campo Pequeno, 47.

## B — Pessoal não pertencente ao quadro legal

### 1. Pago pela dotação do expediente e dos estabelecimentos academicos

Amanuense da secretaria.—*Eduardo Lopes*, Rua do Estevão, 23.



Hortelão do Jardim Botânico.—*Joaquim José Tavares*, no Jardim.

Servente do Jardim Botânico.—*Francisco Bernardo*, idem.

2. Pagos pela dotação das obras  
do edificio da Academia e serviço de escripturação  
e inspecção das mesmas obras

Amanuense da comissão das obras.—*J. Filippe Coelho*.

Guarda apontador das obras.—*Joaquim de Souza Seabra*, Rua 9 de Julho, 37.

---

**C—Lentes jubilados ou aposentados**

*Arnaldo Anselmo Ferreira Braga*, do conselho de Sua Magestade e bacharel formado nas faculdades de Medicina e Philosophia da Universidade de Coimbra.

Rua do Breyner, 104.

*Gustavo Adolfo Gonçalves e Souza*, engenheiro civil pela Academia Polytechnica do Porto, director e professor do Instituto Industrial e Commercial do Porto.

Rua do Principe, 158.

*Pedro de Amorim Vianna*, bacharel formado na faculdade de Mathematica da Universidade de Coimbra, antigo professor do lyceu nacional de Lisboa.

Em Setubal.

*Adriano d'Abreu Cardoso Machado*, ministro e secretario d'Estado honorario, do conselho de Sua Magestade, par

do reino, doutor na faculdade de Direito da Universidade de Coimbra, antigo lente substituto ordinario da mesma faculdade, procurador geral da corôa, etc.

*Antonio Alexandre Oliveira Lobo*, bacharel formado na faculdade de Direito da Universidade de Coimbra.

Fanzeres.

---

## II

# CADEIRAS

---

### 1.ª CADEIRA

Geometria analytica: algebra superior; trigonometria espherica.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Luiz Ignacio Woodhouse*.

### 2.ª CADEIRA

Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Dr. Francisco Gomes Teixeira*.

### 3.ª CADEIRA

Mecanica racional; cinematica.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Joaquim d'Azevedo Souza Vieira da Silva Albuquerque*.

### 4.ª CADEIRA

Geometria descriptiva:—1.ª parte:—Geometria projectiva e projecção central.—1 lição semanal.—2.ª parte:—Grapho-estatica.—2 lições semanaes.—3.ª parte:—Theo-

ria das sombras, perspectivas, noções de stereotomia, etc.—1 lição semanal.—Lente proprietario *José Alves Bonifacio*.

#### 5.<sup>a</sup> CADEIRA

Astronomia e geodesia:—1.<sup>a</sup> parte:—Astronomia.—2 lições semanaes.—2.<sup>a</sup> parte:—Topographia e geodesia.—2 lições semanaes.—Lente proprietario *Duarte Leite Pereira da Silva*.

#### 6.<sup>a</sup> CADEIRA

Physica:—1.<sup>a</sup> parte:—Physica geral.—3 lições semanaes.—2.<sup>a</sup> parte:—Physica industrial.—1 lição semanal.—Lente proprietario *Conde de Campo Bello*.

#### 7.<sup>a</sup> CADEIRA

Chimica inorganica.—1.<sup>a</sup> parte:—Chimica inorganica geral.—3 lições semanaes.—2.<sup>a</sup> parte:—Chimica inorganica industrial.—1 lição semanal.—Lente proprietario *Dr. José Diogo Arroyo*.

#### 8.<sup>a</sup> CADEIRA

Chimica organica e analytica:—1.<sup>a</sup> parte:—Chimica organica geral e biologica.—2 lições semanaes.—2.<sup>a</sup> parte:—Chimica analytica.—1 lição semanal.—3.<sup>a</sup> parte:—Chimica organica industrial.—1 lição semanal.—Lente proprietario *Antonio Joaquim Ferreira da Silva*.

#### 9.<sup>a</sup> CADEIRA

Mineralogia; paleontologia e geologia.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Dr. Wenceslau de Souza Pereira Lima*.

## 10.ª CADEIRA

Botanica:—1.ª parte:—Botanica.—3 lições semanaes.  
—2.ª parte:—Botanica industrial. Materias primas de origem vegetal.—1 lição semanal.—Lente proprietario *Manoel Amandio Gonçalves*.

## 11.ª CADEIRA

Zoologia:—1.ª parte:—Zoologia.—3 lições semanaes.—2.ª parte:—Zoologia industrial. Materias primas de origem animal.—1 lição semanal.—Lente proprietario *Dr. Aarão Ferreira de Lacerda*.

## 12.ª CADEIRA

Resistencia dos materiaes e estabilidade das construcções. Materiaes de construcção. Resistencia dos materiaes. Grapho-estatica applicada. Processos geraes de construcção.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Roberto Rodrigues Mendes*.

## 13.ª CADEIRA

Hydraulica e machinas, curso biennial.—1.º anno:—Hydraulica. Machinas em geral. Machinas hydraulicas.—3 lições semanaes.—2.º anno:—Thermodynamica; machinas thermicas. Motores electricos. Machinas diversas. Construcção de machinas.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Manuel da Terra Pereira Vianna*.

## 14.ª CADEIRA

Construcções e vias de communicacção, curso biennial.—1.º anno:—Edificios. Abastecimento de aguas e esgotos. Hydraulica agricola. Rios e canaes. Portos de mar e pharoes.—3 lições semanaes.—2.º anno:—Estradas. Ca-

minhos de ferro. Pontes.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Victorino Teixeira Laranjeira*.

#### 15.<sup>a</sup> CADEIRA

Montanistica e docimasia, curso biennial.—1.<sup>o</sup> anno.—1.<sup>a</sup> parte:—Docimasia.—1 lição semanal.—2.<sup>a</sup> parte:—Metallurgia.—2 lições semanaes.—2.<sup>o</sup> anno:—Arte de minas.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Manuel Rodrigues Miranda Junior*.

#### 16.<sup>a</sup> CADEIRA

Economia politica. Estatica. Principios de direito publico, administrativo e commercial. Legislação.—1.<sup>a</sup> parte:—Economia politica. Estatica. Principios de direito publico, direito administrativo e commercial.—2 lições semanaes.—2.<sup>a</sup> parte:—Economia e legislação de obras publicas, de minas e industrial.—1 lição semanal.—*Vaga*.

#### 17.<sup>a</sup> CADEIRA

Commercio, curso biennial.—1.<sup>o</sup> anno.—2.<sup>a</sup> parte:—Calculo commercial. Escripção em geral e especialmente dos bancos.—2 lições semanaes.—2.<sup>a</sup> parte:—Contabilidade industrial.—1 lição semanal.—2.<sup>o</sup> anno:—Economia commercial e geographia commercial.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *José Joaquim Rodrigues de Freitas*.

#### 18.<sup>a</sup> CADEIRA

Desenho.—1.<sup>a</sup> parte:—Desenho de figura, paizagem e ornato.—3 lições semanaes.—2.<sup>a</sup> parte:—Desenho de architectura e aguadas.—3 lições semanaes.—3.<sup>a</sup> parte:—

Desenho topographico. Desenho de machinas (esboços á vista acompanhados de cótas, para reduzir a desenho geometrico.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Francisco da Silva Cardoso*.

### III

#### Plano dos estudos dos diversos cursos da Academia Polytechnica

(DECRETO DE 10 DE SETEMBRO DE 1885)

#### I—CURSO DE ENGENHEIROS CIVIS DE OBRAS PUBLICAS

##### 1.º ANNO

	N.º de lições semanaes
Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica . . . . .	3
Geometria descriptiva (1.ª parte) . . . . .	4
Chimica inorganica geral . . . . .	3
Desenho . . . . .	3
Exercicios de mathematica.	
Chimica prática.	

##### 2.º ANNO

Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações . . . . .	3
Physica geral. . . . .	5
Chimica analytica . . . . .	4
Desenho . . . . .	3

## Exercicios de mathematica.

Physica prática.

Chimica prática.

## 3.º ANNO

Mecanica racional; cinematica . . . . .	3
Geometria descriptiva (2.ª parte) . . . . .	2
Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico e direito administrativo . . . . .	2
Desenho . . . . .	3
Exercicios de mecanica racional (2 sessões mensaes).	
Exercicios de geometria descriptiva.	

## 4.º ANNO

Astronomia . . . . .	2
Geometria descriptiva (3.ª parte) . . . . .	4
Mineralogia; paleontologia e geologia . . . . .	3
Botanica geral . . . . .	3
Exercicios de geometria descriptiva.	
Mineralogia prática.	
Excursões geologicas.	

## 5.º ANNO

Topographia e geodesia. . . . .	2
Resistencia dos materiaes e estabilidade das constru- cções . . . . .	3
Hydraulica e machinas I ou II. . . . .	3
Construcções I ou II . . . . .	3
Projectos de construcções.	
Projectos de hydraulica e machinas I ou II.	
Exercicios prácticos de topographia.	
Missões.	

## 6.º ANNO

Hydraulica e machinas I ou II . . . . .	3
Economia e legislação de obras publicas, de minas e industrial . . . . .	4
Projectos de construcções II ou I.	
Projectos de machinas II ou I.	
Missões.	

## II—CURSO DE ENGENHEIROS CIVIS DE MINAS

## 1.º ANNO

Geometria analytica ; algebra superior ; trigonometria espherica . . . . .	3
Geometria descriptiva (1.ª parte) . . . . .	4
Chimica inorganica geral . . . . .	3
Desenho . . . . .	3
Exercicios de mathematica.	
Chimica prática.	

## 2.º ANNO

Calculo differencial e integral ; calculo das differenças e das variações . . . . .	3
Physica geral. . . . .	3
Chimica analytica . . . . .	4
Desenho . . . . .	3
Exercicios de mathematica.	
Physica prática.	
Chimica prática.	

## 3.º ANNO

Mechanica racional ; cinematica. . . . .	3
--	---



Geometria descriptiva (2.ª parte) . . . . .	2
Economia politica. Estatistica. Principios de direito pu- blico e direito administrativo. . . . .	2
Desenho . . . . .	3
Exercicios de mechanica racional (2 sessões mensaes).	
Exercicios de geometria descriptiva.	

## 4.º ANNO

Astronomia . . . . .	2
Geometria descriptiva (3.ª parte) ; . . . . .	1
Mineralogia ; paleontologia e geologia . . . . .	3
Botanica geral . . . . .	3
Exercicios de geometria descriptiva	
Mineralogia prática.	
Excursões geologicas.	

## 5.º ANNO

Topographia e geodesia. . . . .	2
Resistencia dos materiaes e estabilidade das constru- cões . . . . .	3
Hydraulica e machinas I ou II . . . . .	3
Montanistica e docimasia I ou II . . . . .	3
Projectos de hydraulica e machinas.	
Projectos de arte de minas.	
Exercicios práticos de topographia.	
Missões.	

## 6.º ANNO

Hydraulica e machinas II ou I. . . . .	3
Montanistica e docimasia II ou I . . . . .	3
Economia e legislação de obras publicas, de minas e industrial . . . . .	1

Projectos de machinas e de montanistica.  
Exercicios de docimasia.  
Missões.

### III—CURSO DE ENGENHEIROS CIVIS E INDUSTRIAES

#### 1.º ANNO

Geometria analytica ; algebra superior ; trigonometria espherica . . . . .	3
Geometria descriptiva (1.ª parte) . . . . .	4
Chimica inorganica geral . . . . .	3
Desenho . . . . .	3
Exercicios de mathematica.	
Chimica prática.	

#### 2.º ANNO

Calculo differencial e integral ; calculo das differenças e das variações . . . . .	3
Physica geral. . . . .	3
Chimica analytica. . . . .	4
Desenho . . . . .	3
Exercicios de mathematica.	
Physica prática.	
Chimica prática.	

#### 3.º ANNO

Mecanica racional ; cinematica . . . . .	3
Geometria descriptiva (2.ª parte) . . . . .	2
Chimica organica e biologica . . . . .	3
Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico e direito administrativo . . . . .	2
Desenho . . . . .	3

Exercicios de mechanica racional (2 sessões mensaes)  
Exercicios de geometria descriptiva.  
Chimica prática.

## 4.º ANNO

Geometria descriptiva (3.ª parte) . . . . .	4
Mineralogia ; paleontologia e geologia . . . . .	3
Botanica geral . . . . .	3
Exercicios de geometria descriptiva	
Mineralogia prática	
Excursões geologicas.	

## 5.º ANNO

Resistencia dos materiaes e estabilidade das constru- ções . . . . .	3
Hydraulica e machinas I ou II . . . . .	3
Botanica industrial. Materias primas de origem vege- tal . . . . .	4
Contabilidade industrial (n'este anno ou no 6.º) . . .	4
Projectos relativos a machinas e a chimica industrial. Missões.	

## 6.º ANNO

Hydraulica e machinas II ou I . . . . .	3
Chimica organica industrial. . . . .	4
Physica industrial . . . . .	4
Zoologia industrial. Materias primas de origem ani- mal . . . . .	4
Economia e legislação de obras publicas, de minas e industrial . . . . .	4
Contabilidade industrial (n'este anno ou no 5.º) . . .	4
Projectos relativos a machinas, e a physica e chimica industrial.	
Missões.	

## IV—CURSO DE COMMERCIO

## 1.º ANNO

Physica geral. . . . .	3
Chimica inorganica geral . . . . .	3
Physica prática, especialmente trabalho com o microscopio.	
Chimica prática.	

## 2.º ANNO

Commercio I ou II . . . . .	3
Botanica industrial. Materias primas de origem vegetal . . . . .	1
Chimica analytica. . . . .	1
Chimica prática.	

## 3.º ANNO

Commercio II ou I . . . . .	3
Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico, direito administrativo e commercial . . . . .	2
Zoologia industrial. Materias primas de origem animal. . . . .	1
Analyse chimica commercial. . . . .	1

## V—CURSO PREPARATORIO PARA A ESCOLA DO EXERCITO

a. Para officiaes de estado maior e de engenharia militar; e para engenharia civil.

## 1.º ANNO

Geometria analytica; algebra superior: trigonometria espherica . . . . .	3
--	---

N.º de lições  
semanaes

Geometria descriptiva (1. <sup>a</sup> parte) . . . . .	4
Chimica inorganica geral . . . . .	3
Desenho . . . . .	3
Exercicios de mathematica. Chimica prática.	

## 2.º ANNO

Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações . . . . .	3
Physica geral . . . . .	3
Chimica analytica . . . . .	4
Desenho . . . . .	3
Exercicios de mathematica. Physica prática. Chimica prática.	

## 3.º ANNO

Mechanica racional; cinematica. . . . .	3
Geometria descriptiva (2. <sup>a</sup> parte) . . . . .	2
Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico e direito administrativo . . . . .	2
Desenho . . . . .	3
Exercicios de mechanica racional (sessões mensaes) .	2
Exercicios de geometria descriptiva.	

## 4.º ANNO

Astronomia e geodesia . . . . .	3
Geometria descriptiva (3. <sup>a</sup> parte) . . . . .	4
Mineralogia; paleontologia e geologia . . . . .	3
Botanica geral . . . . .	3
Exercicios de geometria descriptiva. Mineralogia prática. Excursões geologicas.	

**b. Para officiaes de artilheria.**

## 1.º ANNO

Geometria analytica ; algebra superior ; trigonometria espherica . . . . .	3
Geometria descriptiva (1.ª parte) . . . . .	1
Chimica inorganica geral . . . . .	3
Exercicios de mathematica.	
Chimica prática.	

## 2.º ANNO

Calculo differencial e integral ; calculo das differenças e das variações . . . . .	3
Physica geral. . . . .	3
Chimica analytica . . . . .	1
Desenho . . . . .	3
Exercicios de mathematica.	
Physica prática.	
Chimica prática.	

## 3.º ANNO

Mechanica racional ; cinematica . . . . .	3
Geometria descriptiva (2.ª parte) . . . . .	2
Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico e direito administrativo . . . . .	2
Desenho . . . . .	3
Exercicios de mechanica racional (sessões mensaes) .	2
Exercicios de geometria descriptiva.	

## VI—CURSO PREPARATORIO PARA A ESCOLA NAVAL

## a. Para officiaes de marinha.

Geometria analytica ; algebra superior ; trigonometria espherica . . . . .	3
Physica geral . . . . .	3
Exercicios de mathematica.	
Physica prática.	

## b. Para engenheiros constructores navaes.

## 1.º ANNO

Geometria analytica ; algebra superior ; trigonometria espherica . . . . .	3
Geometria descriptiva (1.ª parte) . . . . .	4
Chimica inorganica geral . . . . .	3
Desenho . . . . .	3
Exercicios de mathematica.	
Chimica prática.	

## 2.º ANNO

Calculo differencial e integral ; calculo das differenças e das variações. . . . .	3
Geometria descriptiva (2.ª parte) . . . . .	2
Physica geral . . . . .	3
Desenho . . . . .	3
Exercicios de geometria descriptiva.	
Physica geral.	

## 3.º ANNO

Mechanica racional ; cinematica. . . . .	3
Botanica geral . . . . .	3

N.º de lições  
semanaes

Exercicios de mechanica racional (sessões mensaes) . . . . .	2
Desenho . . . . .	3

### VII—CURSO PREPARATORIO PARA AS ESCOLAS MEDICO-CIRURGICAS

Physica geral. Physica prática . . . . .	3
Chimica inorganica geral. Chimica prática. . . . .	3
Chimica organica, biologica e analytica. Chimica prá- tica . . . . .	3
Zoologia geral . . . . .	3
Botanica geral . . . . .	3

### VIII — CURSO PREPARATORIO PARA A ESCOLA DE PHARMACIA NAS ESCOLAS MEDICO-CIRURGICAS

Chimica inorganica geral. Chimica prática. . . . .	3
Chimica organica, biologica e analytica. Chimica prá- tica . . . . .	3
Botanica geral . . . . .	3



### Condições da admissão dos alumnos

Para a matricula na Academia Polytechnica do Porto é necessario a apresentação das certidões d'approvação nos seguintes preparatorios :

#### CURSO GERAL DOS LYCEUS

1.º *anno* { Lingua portugueza  
          { Lingua franceza

2.º *anno* { Lingua ingleza  
          { Geographia

#### CURSO DE SCIENCIAS

3.º *anno* { Historia  
          { Latim

4.º *anno* { Mathematica, (1.ª parte)  
          { Physica, (1.ª parte)

5.º *anno* { Mathematica, (2.ª parte)  
          { Physica, (2.ª parte)  
          { Philosophia, elementar

6.º *anno* { Mathematica (2.ª parte)  
          { Litteratura portugueza.

Curso completo de desenho.

A matricula é requerida ao director. O requerimento deve ser feito em papel sellado, datado, assignado e documentado nos termos acima referidos, declarando-se n'elle a naturalidade (freguezia e concelho), filiação paterna, idade

do requerente e os cursos ou cadeiras, em que pretende matricular-se.

Os alumnos militares que pretendam frequentar os cursos preparatorios para a Escola do Exercito, precisam requerer ao Ministerio da Guerra a respectiva licença.

### Dias e horas das aulas e dos exercicios

- 1.<sup>a</sup> Cadeira—aula, 3.<sup>as</sup>, 5.<sup>as</sup>, e sabbados; das 12 ás 2 horas.
- 2.<sup>a</sup> Cadeira—aula, 2.<sup>as</sup>, 4.<sup>as</sup> e 6.<sup>as</sup>; das 12 ás 2 horas.
- 3.<sup>a</sup> Cadeira—aula, 3.<sup>as</sup>, 5.<sup>as</sup> e sabbados; das 12 ás 2 horas.
- 4.<sup>a</sup> Cadeira—1.<sup>a</sup> parte—aula, 2.<sup>as</sup>, 4.<sup>as</sup> e 6.<sup>as</sup>; das 2 ás 4 horas.  
 —2.<sup>a</sup> parte—aula, 3.<sup>as</sup>; das 10 ás 12 horas.  
 —exercicios, 4.<sup>as</sup> e sabbados; das 10 ás 12 horas.
- 5.<sup>a</sup> Cadeira—1.<sup>a</sup> parte—aula, 3.<sup>as</sup>, 5.<sup>as</sup> e sabbados; das 2 ás 4 horas.
- 6.<sup>a</sup> Cadeira—aula, 1.<sup>a</sup> turma, 3.<sup>as</sup>, 5.<sup>as</sup> e sabbados; das 12 ás 2 horas. 2.<sup>a</sup> turma, 3.<sup>as</sup>, 5.<sup>as</sup> e sabbados; das 2 ás 4 horas.
- 7.<sup>a</sup> Cadeira—1.<sup>a</sup> parte—aula, 3.<sup>as</sup>, 5.<sup>as</sup> e sabbados; das 12 ás 2 horas. 2.<sup>as</sup>, 4.<sup>as</sup> e 6.<sup>as</sup>; das 10 ás 12 horas.  
 —2.<sup>a</sup> parte—aula, 4.<sup>as</sup>; das 10 ás 12.
- 8.<sup>a</sup> Cadeira—1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte—aula, 3.<sup>as</sup>, 5.<sup>as</sup> e sabbados; das 8 ás 10 horas.  
 —2.<sup>a</sup> parte—aula, 2.<sup>as</sup>; das 8 ás 10 horas.  
 —3.<sup>a</sup> parte—aula, 4.<sup>as</sup>; das 8 ás 10 horas.
- 9.<sup>a</sup> Cadeira—aula, 2.<sup>as</sup>, 4.<sup>as</sup> e 6.<sup>as</sup>; das 12 ás 2 horas.
- 10.<sup>a</sup> Cadeira—aula, 2.<sup>as</sup>, 4.<sup>as</sup> e 6.<sup>as</sup>; das 10 ás 12 horas.
- 11.<sup>a</sup> Cadeira—aula, 2.<sup>as</sup>, 4.<sup>as</sup> e 6.<sup>as</sup>; das 2 ás 4 horas.

- 12.<sup>a</sup> *Cadeira*—aula, 2.<sup>as</sup>, 4.<sup>as</sup> e 6.<sup>as</sup>; das 2 ás 4 horas.  
—exercicios, 3.<sup>as</sup>, 4.<sup>as</sup> e 5.<sup>as</sup>; das 10 ás 12 horas.
- 13.<sup>a</sup> *Cadeira*—aula, 3.<sup>as</sup>, 5.<sup>as</sup> e sabbados; das 12 ás 2 horas.  
—exercicios, 3.<sup>as</sup>, 5.<sup>as</sup>, sabbados; das 10 ás 12 horas.
- 14.<sup>a</sup> *Cadeira*—aula, 3.<sup>as</sup>, 5.<sup>as</sup>, sabbados; das 10 ás 12 horas.  
—exercicios, 3.<sup>as</sup>, 4.<sup>as</sup> e 5.<sup>as</sup>; das 10 ás 12 horas.
- 15.<sup>a</sup> *Cadeira*—aula, 2.<sup>as</sup>, 4.<sup>as</sup> e 6.<sup>as</sup>; das 12 ás 2 horas.  
—exercicios, 6.<sup>as</sup>; das 10 ás 12 horas.
- 16.<sup>a</sup> *Cadeira*—1.<sup>a</sup> parte—aula, 3.<sup>as</sup> e 5.<sup>as</sup>; das 10 ás 12 horas.  
—2.<sup>a</sup> parte—aula, sabbado; das 10 ás 12 horas.
- 17.<sup>a</sup> *Cadeira*—aula, 3.<sup>as</sup>, 5.<sup>as</sup> e sabbados; das 10 ás 12 horas.
- 18.<sup>a</sup> *Cadeira*—1.<sup>a</sup> turma—aula, 2.<sup>as</sup>, 4.<sup>as</sup> e 6.<sup>as</sup>; das 10 ás 12 horas.  
—2.<sup>a</sup> turma—aula, 3.<sup>as</sup>, 5.<sup>as</sup> e sabbados; das 10 ás 12 horas.

---

#### IV

#### Livros que servem de texto e aconselhados para consulta nas diversas cadeiras, no anno lectivo de 1889-1890

1.<sup>a</sup> *Cadeira*—*Gomes Teixeira (F.)*: Curso d'analyse : t. I, 1890.

*Carnoy*:—Curso de geometria analytica.

2.<sup>a</sup> *Cadeira*—*Gomes Teixeira (F.)*: Curso d'analyse : t. I, (Calculo differencial) 1890, t. II (Calculo integral—1.<sup>a</sup> parte)—1889.

3.<sup>a</sup> Cadeira—*Albuquerque (J. A.)*: Lições de mecânica racional.—I parte: Phoronomia. II parte: Estatica. Porto, 1888.

5.<sup>a</sup> Cadeira—*Faye (F.)*: Cours d'Astronomie. 2 vol. Paris, 1881-1884.

*Habets*: Topographie.

*Calheiros*: Apontamentos de geodesia.

6.<sup>a</sup> Cadeira—*Jamin (J.)*: Petit traité de physique. 4 vol. Paris, 1882.

*Ganot (A.)*: Traité élémentaire de physique. 19 edit. Paris, 1884.

7.<sup>a</sup> e 8.<sup>a</sup> Cadeiras— Agende du chimiste. Paris, ultima edição.

*Lapa (J. I. F.)*: Technologia rural, 3 vol. Lisboa, 2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> edição.

*Payen (A.)*: Précis de chimie industrielle. 6.<sup>a</sup> ed. 2 t. in-8.<sup>o</sup> et atlas. Paris, 1877-78.

*Ferreira da Silva (A. J.)*: Tratado de chimica elemental. 4 v. Porto, 1883-89.

*Naquet et Hanriot*: Principes élémentaires de chimie.

9.<sup>a</sup> Cadeira—*Lapparent (A. de)*: Cours de minéralogie. 4 vol. in-8.<sup>o</sup> Paris, 1884.

*Gonçalves Guimurães (Dr. A. J.)*: Tratado elemental de mineralogia. Porto, 1883. 4 vol. in-8.<sup>o</sup>

10.<sup>a</sup> Cadeira—*J. Diniker*: Atlas manuel de Botanique.

*Julio Henriques*: Rudimentos de Botanica.

*Paul Girod*: Manipulations de Botanique.

11.<sup>a</sup> Cadeira—*Claus (C.)*: Elements de zoologie. Paris, 1889.

*Gabriel de Mortillet*:—Le Préhistorique. Antiquité de l'homme.

*Pennetier*: Matières premières d'origine organique.

*Foster e Balfour*: Elements de embriologie. Paris.

*Topinard*: Anthropologie.

12.<sup>a</sup> Cadeira—*Flamant*: Stabilité des constructions et résistance des matériaux, 1886. (Baudry).

13.<sup>a</sup> Cadeira—*Goupillière*: Cours de machines. Paris, 1885.

14.<sup>a</sup> Cadeira—*Durand Claye (et Marx)*: Routes et chemins vicinaux.

*Debauxe*: Manuel de l'ingénieur des ponts et chaussées.

15.<sup>a</sup> Cadeira—*Balling*: Manuel pratique de l'art de l'essayeur.

*Gruner*: Traité de metallurgie.

16.<sup>a</sup> Cadeira—*Rodrigues de Freitas (J. J.)*: Principios de economia politica.

Codigo administrativo.

Codigo Commercial Portuguez.

17.<sup>a</sup> Cadeira—*Léfèvre*: La comptabilité.

*Pereire*: Tables de l'intérêt composé des annuités et des rens viagères.

## Estabelecimentos da Academia

### I.—Bibliotheca

1.—Sobre a historia e desenvolvimento d'este estabelecimento veja-se:

*Memoria historica da Academia Polytechnica do Porto*, pelo conselheiro Adriano d'Abreu Cardoso Machado, no *Anuario* de 1877-1878, pag. 206, 208-210, 225 e 226.

*Catalogo da Bibliotheca da Academia Polytechnica do Porto*: 1.<sup>a</sup> parte. Catalogo dos livros de Mathematica e de Philosophia natural. Porto, 1883; *Anuario* de 1878-1879,

pag. 29-37; *Annuario* de 1879-1880, pag. 33 a 44; *Annuario* de 1880-1881, pag. 45-53; *Annuario* de 1881-1882, pag. 55-82; *Annuario* de 1882-1883, pag. 167-195; *Annuario* de 1883-1884, pag. 101-116; *Annuario* de 1884-1885, pag. 48-57; *Annuario* de 1886-1887, pag. 48-60.

## 2.—Obras adquiridas por compra em 1887-1888:

**Annales des Ponts et Chaussées.** Paris.—Os volumes relativos a todos os mezes de 1888 até Novembro.

**Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure.** Tomo 5.º, 3.ª serie. Paris, 1888.—Todos os fasciculos regularmente recebidos.

**Annales de Chimie et Physique.** Tomos 13, 14, 15, 6.ª serie. Paris, 1888.

**Annuaire de l'Économie Politique.** Paris.—19 vol., comprehendendo toda a collecção desde 1844 até 1863, á excepção do tomo 2.º, relativo a 1846.

**Balfour**—Éléments d'Embriologie. Paris, 1887.—1 vol.

**Bandson**—Tracé des chemins de fer, routes, canaux, tramways, etc. avec 4 planches et 95 fig. Paris, 1881.—1 vol. br. in-8.º

**Beaulieu (Leroy)**—Traité de la science des finances. Paris, 1883.—2 vol.

**Belleville**—Lois et reglements, concernant les chaudières à vapeur. Paris, 1886.—1 vol. br. in-8.º

**Briot**—Théorie des fonctions abéliennes. Paris, 1879.—1 vol. br.

**Bonnier et Layens**—Nouvelle Flore pour la détermination des plantes. Paris.—1 vol. avec 2145 fig. in-8.º br.

**Bresse**—Flexion des pièces courbes. Paris.—1 vol.

**Candolle**—Monographie Phanerogamorum. Paris.—Vol. 5.º

**Christien**—Traité des machines outils. Paris, 1865—1 vol. br. 8.º

**Couchy**—Œuvres complètes—1.ª serie, tomo 6.º

**Comptes-Rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences de Paris.** Paris, tomo 107.—Recebidos regularmente todos os numeros.

**Crelle (A. L.)**—Journal für die und angewandte Mathematik. Berlin, 1887-1888.—Band 101, 102, 103, 104.

**Combes**—Exposé des principes de la théorie mécanique de la chaleur. Paris, 1867.—1 vol. in-8.º br.

**Crotsette**—Travaux publics en Hollande. Paris, 1886.—1 vol. e atlas.

**Culmann**—Statique graphique. Paris.—1 vol. e atlas.

**Cuyper et Habets**—Revue Universelle des Mines. Liège.—Fasciculos de 1887 e 1888.

**Dehanve**—Procédés et matériaux de construction. Paris.—Tomo 3.º, texto e atlas.

- Annales des ponts et chaussées. Serie 6.<sup>a</sup>, année 7.<sup>e</sup>.—Cahiers 11, 12, etc.
- Demanet**—Cours de constructions. Paris.—2 vol., 3.<sup>e</sup> ed.
- Dubois**—Graphical satatics.—2 vol.
- Dupré**—Theorie Mechanique de la chaleur. Paris, 1869.—1 vol. br. in-8.<sup>o</sup>
- Fourier**—(Euvres completes — Théorie analytique de la chaleur.—Tomo 1.<sup>o</sup>—1 vol.
- Fremy**—Encyclopedie chimique. Paris, 1888.—Tomos 3.<sup>o</sup>, 5.<sup>o</sup> e 9.<sup>o</sup>
- Gilbert (Ph.)**—Cours de Mechanique—Partie elementaire. Paris et Louvain, 1882—1 vol. in-16, 2.<sup>a</sup> edição.
- Gondry**—Des machines à vapeur. Paris, 1862.—3 vol. enc.
- Gouplillière**—Cours de machines. Paris, 1886.—Tomo 1.<sup>o</sup>
- Grandeau**—Études agronomiques. Paris, 1888.—1 vol.
- Griechbach**—La Vegetation du Globe. Paris, 1887.
- Hartmann**—Les singes anthropoides et l'homme. Paris, 1886.—1 vol. cartonado.
- Heine**—Des travaux des terrassement relatifs aux chemins de fer et aux routes. Paris, 1888.—1 vol. in-8.<sup>o</sup> enc.
- Hirn**—Theorie mechanique de la chaleur (Exposition analytique et experimentale). Paris, 1875—1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parties.—2 vol. in-8.<sup>o</sup> br.
- Hirsch et Lebige**—Leçons sur les machines à vapeur. Paris, 1885.—Tomo 1.<sup>o</sup>, texto e Atlas.
- Instituto (O)**—Revista litteraria, mensal, de Coimbra.—Recebidos regularmente todos os fasciculos.
- Kraft**—Traité des échafaudages ou choix des meilleures modeles de charpentes (ouvrage posthume) avec 51 planches. Paris, 1856.—1 vol in-folio, enc.
- Laurent (Herbert)**—Traité d'analyse—Calcul differentiel—Applications geometriques. Paris, 1887.—1 vol., tomo 2.<sup>o</sup>
- Laplace**—(Euvres complètes. Paris, 1886.—Tomo 7.<sup>o</sup>
- Laurent (H.)**—Traité d'analyse. Paris, 1888.—3.<sup>o</sup> vol.
- Leroy**—Cours pratique de chemins de fer. Paris, 1887.—1 vol. br.
- Levy**—La statique graphique et ses applications aux constructions. Texto e atlas. Paris, 1887.—2 vol. br. in-8.<sup>o</sup>
- Lombroso**—L'homme criminel. Paris, 1887.—Texto e atlas, in-8.<sup>o</sup>
- Lowthian Bell**—Principes de la fabrication du fer et de l'acier (traduction de la langue anglaise par P. F. A. Hallopeau). Paris, 1888.—1 vol.
- Mador**—Études d'architecture civile avec gravures. Paris, 1826.—1 vol. in-folio.
- Mary**—Cours de routes et ponts professé à l'Ecole Centrale des arts et manufactures. Paris, 1873.—Texto e atlas. 2 vol. lith.
- Morandière**—Ponts et viaducs. Paris.—4 fasc. et atlas.
- Naquet**—Chimique. Paris.—2 vol. in-16, 3.<sup>a</sup> edição.
- Oppermann**—Nouvelles annales de la Construction—Recueil mensuel. Paris, 1888.—Fasciculos recebidos regularmente.  
—Portefeuille economique des Machines.—Idem.
- Perquen et Damien**—Introduction à la Physique experimentale. Paris, 1888.—1 vol.

- Pina Vidal** (Adriano Augusto de)—Navegação interior. Lisboa, 1888.—1 vol. lithographado.
- Rankine**—Manuel de Mechanique appliquée, (traduit de l'anglais sur la 7.<sup>a</sup> edition par A. Violay). Paris, 1876.—1 vol. cart.
- Regnaud**—Traité pratique de la construction des ponts et viaducs metalliques. Paris, 1870.—Texto e atlas, 2 vol. enc.
- Résal et Degrand**—Ponts en maçonnerie. Paris—1878, Tomo 1.<sup>o</sup> br.
- Revista d'Obras Publicas e Minas**, anno 19.<sup>o</sup>, tomo 19.<sup>o</sup>, n.<sup>o</sup> 227 e 228 de novembro e dezembro de 1888—Recebida regularmente.
- Reynaud**—Traité d'Architecture, Paris, 1875—2 vol. e atlas, 4.<sup>a</sup> ed.
- Reymond** (Bois) —Théorie general des fonctions—Paris, 1 vol.
- Romanes**—L'intelligence des animaux, Paris, 1887—2 vol.
- Rouaix** (Paul)—Les styles, avec 700 gravures, classées par epoches, Paris—1 vol., in-folio.
- Schimper**—Traité de Paleontologie Vegetale, Texto e Atlas, Paris, 1874—1 vol.
- Strasburger**—Manuel technique d'anatomie vegetale—1 vol.
- Tables des Compte-Rendus des séances** de l'Academie des Sciences, do 1.<sup>o</sup> semestre, Paris, 1888, tomo 106.
- Thiollet**—Leçons d'Architecture, theorique et pratique, avec 236 gravures, 1847—1 vol., in-4.<sup>o</sup>
- Violle**—Cours de physique, Paris, 1888, tomo 2.<sup>o</sup>
- Zenner**—Théorie mechanique de la chaleur avec ses applications aux machines, Paris, 1869, 1 vol. in-8.<sup>o</sup> br.

### 3.—Obras adquiridas por compra em 1888-1889:

- Almeida** (J. Ch.)—Journal de Physique. Publicação periodica; de Paris—Assignatura da Bibliotheca.
- Annales des sciences naturelles**, publicação periodica, de Paris—Assignatura da Bibliotheca.
- Annales de chimie et physique**, publicação periodica, de Paris—Assignatura da Bibliotheca.
- Annales des ponts et chaussées**, publicação periodica, de Paris, aos volumes, mensalmente—Assignatura da Bibliotheca.
- Annales scientifiques de l'école Normale supérieure**, publicação periodica de Paris—Assignatura da Bibliotheca.
- Archives de Biologie**—Publicação periodica, de Paris, aos fasciculos—Assignatura da Bibliotheca.
- Ballou** (M. H.)—Dictionnaire de botanique—Em publicação, aos fasciculos.
- Bloch** (M. Maurice)—Dictionnaire de l'administration française—Paris, 1885.
- Bulletin des sciences mathematiques**, publicação periodica de Paris—Assignatura da Bibliotheca.



- Cadiot (E.) et Dubost (L.)**—Traité pratique d'électricité industrielle—Paris, 1889, 1 vol. in-8.<sup>o</sup>
- Collignon (Edouard)**—Traité de Mécanique, Paris, 1885—4 vol. in-8.<sup>o</sup>
- Chevallier (E.)**—Les solaires, au XIX siècle—Paris, 1877—1 vol.
- Comptes-Rendus hebdomadaires des séances** de l'Académie des sciences—Publicação periodica, de Paris—Assignatura da Bibliotheca.
- Cordemoy (J. de)**—Travaux maritimes et construction des ponts. Paris, 1888—1 vol. in-4.<sup>o</sup>, com atlas.
- Cossigny (J. C.)**—Hydraulique agricole, Paris, 1889—1 vol.
- Crelle (A. L.)**—Journal für die Mathematik, etc., n.<sup>o</sup> 104, publicação periodica, de Berlin—Assignatura da Bibliotheca.
- Daniel (André)** L'année politique—1888, 15.<sup>o</sup> anno, Paris, 1889—1 vol. br., in-8.<sup>o</sup>
- Dégrand (E.)**—Ponts en maçonnerie, tome 2.<sup>o</sup>, Paris, 1888—1 vol. in-8.<sup>o</sup>
- Deny (Ed.)**—Traité théorique et pratique des machines soufflantes, Paris, 1887—1 vol. in-8.<sup>o</sup>
- Draper (J. W.)**—Histoire du développement intellectuel, Paris, 1889—Tomo 1.<sup>o</sup>, 2.<sup>o</sup> e 3.<sup>o</sup>
- Fremy**—Encyclopedie chimique, publicação periodica, aos volumes Paris, 1889, 3 vol. br. in-8.<sup>o</sup>
- George Dumont et Maurice Leblanc**—Dictionnaire théorique et pratique d'électricité et de Magnetisme, Paris, 1888—1 vol. completo in-4.<sup>o</sup>
- George (Henry)**—Protection ou libre-échange, etc., traduction de Louis Vassiou, Paris, 1888—1 vol. br.
- Herbert Spencer**—Principes de sociologie, traduit de l'Anglais par M. E. Cazelles, tome 4.<sup>o</sup>, Paris, 1889—1 vol. in-16.<sup>o</sup>
- Instituto (O)**—Revista scientifica e litteraria, de Coimbra—Assignatura da Bibliotheca.
- Jagnaux (Raoul)** Analyses chimiques des substances commerciales, minerales et organiques, Paris, 1888—1 volume com figuras no texto.
- Journal de l'École Polytechnique**—Publicação periodica, de Paris—Assignatura da Bibliotheca.
- Koechlin (Maurice)**—Applications de la statique graphique—Paris, 1889, 1 vol. com atlas.
- Lagrange (Oeuvres de)**—publiés par les soins de M. J. A. Serret, tomo 11 e 12, Paris, 1888—1 vol. in-4.<sup>o</sup>
- Laurent (H.)**—Traité d'analyse, Paris, 1889—1 vol. in-8.<sup>o</sup> br.
- Leber (M. de), et Bricka (C.)**—Calcul des ponts métalliques, Paris, 1889—Tomos 1.<sup>o</sup> e 2.<sup>o</sup>, 2 vol.
- Letourneau (Ch.)**—L'évolution de la propriété, Paris, 1889—1 vol. in-16.<sup>o</sup>
- Louis Figuier**—L'année scientifique et industrielle, 32.<sup>o</sup> anno, Paris—1 vol. in-8.<sup>o</sup>
- Matre (Sir Henry Sumner)**—Études de l'histoire du droit, Paris, 1889—1 vol.
- L'ancien droit, Paris, 1874—1 vol.
- Mascart (M. E.)** Traité d'optique, Paris, 1887—Tomo 1.<sup>o</sup> in-8.<sup>o</sup>
- Memoires et compte-rendu des travaux de la société des Ingenieurs Civils**—Publicação periodica, de Paris—Assignatura da Bibliotheca.

**Mermelx**—La France socialiste, Paris, 1886—1 vol. in-16.º br.

**Morandière** (M. R.)—Traité de la construction des ponts et viaducs en pierre, en charpente et en métal, etc., Paris, 1888—1 vol. in-1.º com o respectivo atlas.

**Naquet** (A.) et **Henriot**—Principes de chimie fondée sur les théories modernes. Paris, 1890—2 vol. 5.ª edição.

**Noel** (Octave)—Les Banques d'émission, Paris et Nancy, 1888—Tomo 1.º  
1 vol.

**Nouvelles annales de construction**, etc., publicação periodica de Paris—Assignatura da Bibliotheca.

**Picou** (R. v.) — Traité theorique et pratique des Machines dynamo-Électriques, Paris, 1889—1 vol. in-8.º

**Pollon** (E.) Traité theorique et pratique des pompes et machines à élever les eaux, Paris, 1888—2 vol. com o atlas.

**Portefeuille économique des machines**, etc.—Publicação periodica, de Paris—Assignatura da Bibliotheca.

**Prins** (A.)—Criminalité et repression, essai de science pénale, Bruxelles, 1886—1 vol. in-8.º

**Résal** (Jean)—Ponts métalliques, tomo 2.º, Paris, 1889—1 vol. in-8.º

**Revista d'Obras Publicas e Minas**—Publicação periodica, da Associação de Engenheiros Civis Portuguezes em Lisboa—Assignatura da Bibliotheca.

**Revue scientifique**—Publicação periodica, de Paris—Assignatura da Bibliotheca.

**Revue universelle des Mines, de la Metallurgie**, etc.—Publicação periodica, de Liège (Belgica)—Assignatura da Bibliotheca.

**Rostand** (Eugene)—Les questions d'économie sociale, Paris, 1889—1 vol.

**Salmotraghi** (A.) Les Cleps, guide du géomètre moderne, Milano, 1888—1 vol. enc.

—Instrumenti e Metodi moderni di geometria applicata, etc., Milano, 1884—1 vol. in-4.º, enc.

**Say** (M. Leon)—Dictionnaire des finances—Em publicação, aos fasciculos.

**Topinard** (Dr. Paul)—L'Anthropologie, Paris, 1 vol. cart. 4.ª edição (com estampas no texto).

**Tarde** (G.)—La criminalité comparée, Paris, 1887—1 vol. in-8.º br.

**Vigreux** (L.)—Théorie et pratique de l'art de l'ingénieur constructeur de machines—Em publicação, aos fasciculos.

#### 4.—Obras offerecidas á Bibliotheca em 1887-1888 :

**Alonso y Fernandes** (D. José)—Discurso leído en la solemne apertura del curso Academico de 1888 a 1889 en la Universidade litteraria de Granada, Granada, 1888—1 op.

**Annuaire de l'Université Catholique de Louvain**, 25.<sup>o</sup> anno Louvain, 1888—1 vol.

**Beaulieu** (Comte du Val)—Les découvertes de M. Pasteur, Paris—1 vol.

**Block** (M. Maurice)—Annuaire de l'Economie Politique et de Statistique, 14.<sup>o</sup> anno, Paris, 1888—1 vol.

**Boletim da Sociedade de Geographia de Lisboa**, n.<sup>os</sup> 9 e 10, Lisboa, 1888—7.<sup>a</sup> serie.

**Burmester**—Lehrbuch der Kinematik, Leipzig, 1888—3 vol. e atlas.

**Bulletin de la Société Imperiale des naturalistes de Moscou**—Moscou, 1888.

**Bulletin de la Société Botanique de France**—Comptes-rendus des séances, Paris, 1888—Tomo 35.<sup>o</sup>, 10.<sup>o</sup> da 2.<sup>a</sup> serie, n.<sup>o</sup> 4.<sup>o</sup>

**Calvo y Martins** (D. José)—Discurso leido em la Universidad Central de Madrid, Madrid, 1888—1 folh.

**Cesar Nicolas et Michel Pelletier**—Manuel de la propriété industrielle, Paris, 1888—1 vol. in 16.<sup>o</sup>

**Charles Grac**—L'Allemagne, Paris, 1888—1 vol.

**Charloux Bastian**—Le Cerveau, organe de la pensée, L'homme, les animaux—2 vol.

**Choffat** (Paul)—Description de la faune jurassique du Portugal, Mollusques lamellibranches—2 fasc.

—Session cryptogamique, Paris, 1888—1 fasc.

**Correia** (J. C.)—Catalogo official dos objectos enviados á exposição industrial portugueza em 1888—1 opusc.

**David** (André)—L'année politique, 1887, 14.<sup>o</sup> anno, Paris, 1888—1 vol.

**Dumon, Bédoyère et Leblanc**—Dictionnaire theorique et practique d'Electricité—Fasc. 1 a 10.

**Eddy**—Ressarches in grahical satilics—1 vol.

**Enera** (Alberto)—Il nuovo codice di commercio del regno d'Italia—Firenze, 1883—1 vol.

**Ephemerides Astronomicas**, calculadas para o Meridiano do Observatorio da Universidade de Coimbra, para o anno de 1889, Coimbra—1 vol.

**Erni**—Mineralogy simplifiss Prestwich, Geology, Berlím—1 fol.

**Extrait du catalogue generale des Instruments**, pour l'Astronomie et la Geometrie practique, Paris, 1888—1 vol.

**Gomes da Silva** (J.)—Relatorio da epidemia do Cholera-morbus—Macau, 1888.

**Henriques** (J. A.)—Boletim da Sociedade Broteriana, Coimbra, 1887—vol. 5.<sup>o</sup>

**Hoeffler**—Histoire de la Botanique—1 vol.

**Hovelacque**—Des bignoniacées, rhinartacées, etc., Paris, 1888—1 vol.

**Hunt**—Mineral Physiology and Physiography, Berlím—1 folh.

**Jacobs** (V.) et **Lembert**—La loi espagnole relative au commerce maritime, traduite et mise em concordance avec les lois similaires allemand, belge, française, italienne, et neerlandaise, Bruxelles et Paris, 1837—1 vol.

**Jacquez**—Dictionnaire d'Electricité, et de magnetisme, Paris, 1887—1 vol. in-8.<sup>o</sup> cart.

**Julius Hubn** (Dr.)—Das studium der Landurirthschaft au der Univer-sitat Halle, 1888—1 opusc.

- Legge inglese sulle lettere di cambio**—Torino, 1883—1 fol.
- Legge (La) inglese sul fallimento**—Torino, 1885—1 vol.
- Lovial (P. de)**—Recueil d'études paléontologiques sur la Faune crétacique du Portugal, Lisboa, 1888—Fasc. 11.º e ultimo do 2.º vol.
- Manuale teorico-pratico sul codice di commercio italiano**—Venezia, 1883—1 vol.
- Memoria sobre o estado de Instrucção da Universidade litteraria de Salamanca**, 1886-1888—1 opusc.
- Orea (Munóz)**—Discurso leido en la Universidad litteraria de Salamanca para la apertura del curso academico de 1888-1889—1 opusc.
- Ott**—Graphic statics—1 vol.
- Rapport annuel**, lu en séance publique, le 15 octobre 1888—Gustave Mayalez, libraire—editeur, Bruxelles, 1888—1 folh.
- Relatorio dos actos da Direcção da Associação Commercial do Porto**, no anno de 1887, apresentado em 18 de julho de 1888, Porto—1 vol.
- Recuell des lois et actes de l'Instruction publique en France**—Paris, 1886 e 1887—39.º e 40.º anno. Publicação aos fasciculos, regularmente recebidos.
- Relatorio e contas da direcção do Atheneu Commercial do Porto**, gerencia de 1887—1 opusc.
- Revista Archeologica**—N.ºs 9 e 10, de Setembro e Outubro de 1888—Lisboa.
- Ricardo Foerster**—Solemnia piæ memoriae Augustissimi ac Clementissimi Principis Guilelmi, Germanorum Imperatoris, Regis Borussiae, etc.—Kiliae—1888—1 opusc. in-4.º
- Selhor (L.)**—Estudo Filologico sobre lengoa universal, Madrid, 1888—1 folh.
- Velga Belrão**—Projecto do Codigo Commercial, apresentado á Camera dos srs. Deputados em sessão de 17 de maio de 1887, Lisboa, 1888—1 vol.
- Wilson Hall**—Rolins Chapel and Wilson Hall—Dartmouth College, June 24, 1885—1 opusc.
- Wersbach**—Mechanize of engineering—2 vol.

## 5.—Obras offerecidas á Bibliotheca em 1888-1889 :

- Acto academico** celebrado por la Universidad granatense en conmemoracion del tercer centenario de la muerte de J. P. M. Tray Louis de Granada, 1889—1 opusc.
- Albuquerque (J. A.)** Relatorio e propostas apresentadas na sessão annual de 1889 do Conselho Superior de Instrucção Publica, pelo delegado da Academia Polytechnica do Porto J. A. Albuquerque, lente proprietario da 3.ª cadeira, 1889—1 opusc.
- Almanaque nautique para 1891**—Madrid, 1891—1 vol. in-8.º
- Annales** del Ministerio de Fomento de la Republica Mexicana, Mexico, 1887—Tomo 8.

**Annales** de la Universidad de Buenos Ayres, 1888 — Tomo 1.º e 2.º in-4.º

**Annuaire** de l'Université catholique de Louvain, 1889—53.º anno, 1 vol. in-16.º br.

**Annuario** per l'anno scolastico, 1889-90, della scuola d'applicazione per gli Ingegneri, della R. Università Romana, Roma, 1889—1 vol.

**Annuario** della R. Università degli studi di Torino per l'anno accademico 1888-89, Torino, 1889.

**Apuntes biograficos** del eminente químico Berzelius y consideraciones sobre sus trabajos, Madrid, 1873—1 opusc. br. in-12.º

—Estudio histórico de la vida y escritos del Sabio español Andreas Laguna, médico de Carlos I e de Philippe II, etc., Madrid, 1887 — 1 vol. in-16.º

**Bento da França**—Subsidios para a historia de Macau, Lisboa, 1888 —1 vol. in-8.º

**Boletim** da sociedade broteriana—Publicação periodica, de Coimbra.

**Boletim** da Sociedade de Geographia de Lisboa—Publicação periodica, Lisboa.

**Boletim** mensual do Observatorio Metereologico Magnetico Central do Mexico. Resumen del anno de 1888—1 fasc.

**Bulletin** de la Société Imperiale des naturalistes de Moscou, publicação periodica, de Moscou, (em francez), 1888—N.º 3.

**Capello** (H.) e **Ivens** (R.) D'Angola à Contra-Costa, etc., Lisboa, 1886 —2 vol. in-8.º

—De Benguella ás terras d'Iáca, Lisboa, 1881—2 vol. in-8.º

**Catalogo geral** da Bibliotheca do Atheneu Commercial do Porto, 1 vol. in-8.º

**Choffat** (Paul)—Etude geologique du tunnel do Roclo, Lisbonne, 1889 —1 opusc. in-4.º

**Coordenadas geographicas** dos pontos geodesicos de primeira ordem, Lisboa, 1888—1 fasc.

**Discurso** leído en la Universidad central de Madrid, en la solemne inauguracion del curso academico de 1879-90, por el sr. D. Marcellino Menendez y Pelayo, Madrid, 1889—1 opusc.

**Discurso** leído en la solemne apertura del curso academico de 1889 a 1890 en la Universidad litteraria de Granada, por el doctor D. Pablo Pena, Granada—1 opusc.

**Discurso** leído en la Universidad litteraria de Salamanca, para la apertura del curso academico de 1889-90, por el doctor D. Gabriel Lopes Perez, Salamanca, 1889, 1 opusc.

**Discurso** inaugural, leído en la Universidad litteraria de Valladolid, por el doctor A. Nicolas de la Fuente Arrimados. Curso de 1889-90, Valladolid, 1889, 1 opusc.

**Documentos** para a historia das Côrtes Geraes portuguezas tomo 6.º, Lisboa, 1 vol. in-4.º 1889.

**Estudio** histórico científico de interés general, Madrid, 1883, 1 vol. br. 16.

**Curiosidad** ácerca de las plantas, Madrid, 1 vol. br. in-15.º

**Estudio** chimico de las generalidades de alcaloides, Madrid, 1879, 1 vol. br.

**Ferreira da Silva** (Dr. A. J.) Contribuições para a hygiene da cidade do Porto, Porto, 1889, 1 vol. in-8.º

**Ficalho** (Conde de) Plantas uteis da Africa portugueza, Lisboa, 1884, 1 vol. in-16.

**Gomes da Silva** (J.) Relatorio da Epidemia do Cholera-Morbus, Macau, 1888, 1 opusc. in-16.º

**Jacyntho Parreira**—Apparelhos de desinfecção pelo calor—Relatorio apresentado ao Ministerio do Reino em 19 d'agosto de 1881, por Jacyntho Parreira, capitão d'engenharia e Antonio Carlos Coelho de Vasconcellos Photo, tenente d'engenharia, Lisboa, 1883, 1 vol. br.

**Les Colonies portugaises**—Court exposé de leur situation actuelle, Lisbonne, 1878, 1 vol. in-16.º

**Mappas**: 1.º Inundacion de la Ciudad de Leon; 2.º Trajectoria do Cyclon de Setembro de 1888 atravez de la isla de Cuba; 3.º Inundacion da la ciudad de Lagos.

**Memoria** sobre el estado de la Instruccion en la Universidad litteraria de Salamanca, e annuario de 1888-89, 1 vol.

**Memoria** estadistica del curso de 1886 a 1887 e Annuario del de 1887 a 1888 de su districto administrativo, Madrid, 1888, 1 vol. in-4.º

**Observações meteorologicas**, feitas no Observatorio meteorologico e magnetico da Universidade de Coimbra no anno de 1883, 1889, Coimbra, 1 vol. in-folio.

**Olmedilla** (D. Joaquin) Algunas paginas ácerca de la mujer, Madrid, 1882, 1 vol. in-32.º

**Rapport annuel** de la Université libre de Bruxelles, 1889, 1 folh.

**Recueil des lois et des actes de l'Instruction publique**, (publicação periodica, de Paris, 42.º anno).

**Relatorio** dos actos da Mesa da Santa Casa da Misericordia do Porto, pelo provedor Ayres Frederico de Castro e Solla, no anno de 1889, 1 vol. in-8.º

**Relatorio** dos actos da Direcção da Associação Commercial do Porto, no anno de 1888, Porto, 1889, 1 vol. in-8.º

**Relatorio** dos trabalhos geodesicos, topographicos, executados no anno civil de 1888, Lisboa, 1889, 1 opusc.

**Relatorio** sobre Macau e Timor, 1884, 1888, Macau, 1889, 1 opusc.

**Relatorio** ácerca da 4.ª sessão do Congresso geologico nacional, realiado em Londres no mez de Setembro de 1888, por Joaquim Philippe Nery da Encarnação Delgado, Lisboa, 1889, Lisboa, 1 opusc. in-folio.

**Report of the commissions of education 1886-87**, Washington, 1 vol. in-16.º

**Revista de Guimarães**, publicação periodica, de Guimarães.

**Ribeiro** (Manuel Ferreira) A provincia de S. Thomé e suas dependencias ou a salubridade e insalubridade relativa nas provincias do Brazil, nas colonias de Portugal e outras nações da Europa, Lisboa, 1 vol.

**Ribeiro** (Manuel Ferreira)—Homenagem aos heroes que precederam Brito Capello e R. Ivens, etc., Lisboa, 1885, 1 vol. in-8.º

**Rosa** (Augustin de la)—Estudio de la filosofia y riqueza de la lengua mexicana, 1889, 1 opusc. br. in-16.º

**Serpa Pinto**—Como eu atravesssei a Africa etc., Londres, 1881, 2 vol. in-8.º

**Synopse** dos traclados, convenções, contractos e actos publicos, celebrados entre a coroa de Portugal e as mais potencias, e que não foram revogados ou denunciados, etc., Lisboa, 1889, 1 opusc. in-4.º

**Wenceslau de Lima**—Flora fossil de Portugal, Lisboa, 1888, 1 opusc.

## II.—Gabinetes de historia natural

1.—Sobre estes gabinetes veja-se: *Annuarios de 1878-1879*, pag. 39-44, de 1886-1887, pag. 60 e de 1888-89, pag. 38.

### 2.—Catalogo do

Gabinete de mineralogia, geologia e paleontologia

## I — MINERALOGIA

### COLLECÇÃO DE 100 CRYSTAES NATURAES

#### Systema isometrico

Pyrite. . . . .	3 exemplares	Galena. . . . .	1 exemplares
Cuprite . . . . .	2 »	Senarmontite. . . . .	1 »
Grossularia . . . . .	1 »	Analcima . . . . .	1 »
Granada almandina. . . . .	1 »	Amphigène . . . . .	1 »
Melanite . . . . .	1 »	Magnetite . . . . .	1 »
Coballite . . . . .	2 »	Spinella . . . . .	1 »
Fluorite . . . . .	1 »	Panabase . . . . .	1 »
Blenda. . . . .	1 »		

#### Systema tetragonal

Schœelite . . . . .	1 exemplares	Rutilo . . . . .	1 exemplares
Cassiterite. . . . .	1 »	Apophyllite . . . . .	1 »
Idocrase . . . . .	2 »	Chalcopyrite . . . . .	1 »
Melinose . . . . .	1 »	Zircão . . . . .	2 »

#### Systema hexagonal

Hematite . . . . .	2 exemplares	Apatite. . . . .	1 exemplares
Quarzo . . . . .	6 »	Corindon . . . . .	1 »
Turmalina . . . . .	3 »	Pyromorphite . . . . .	1 »
Siderose . . . . .	1 »	Chabasite . . . . .	1 »
Calcite. . . . .	5 »	Pennino . . . . .	1 »
Berylo . . . . .	1 »		

**Systema orthorhombico**

Topasio . . . . .	2 exemplares	Mesotypo . . . . .	1 exemplares
Barytina . . . . .	2 »	Stilbite . . . . .	1 »
Celestite . . . . .	1 »	Mica . . . . .	1 »
Marcassite . . . . .	1 »	Cerussite . . . . .	1 »
Acerdêse . . . . .	1 »	Enxofre . . . . .	1 »
Aragonite . . . . .	2 »	Pinite . . . . .	1 »
Staurolite . . . . .	2 »	Mispickel . . . . .	1 »
Andalusite . . . . .	1 »	Arkansite . . . . .	1 »

**Systema monoclinico**

Heulandite . . . . .	1 exemplares	Rosalgar . . . . .	1 exemplares
Wolframite . . . . .	1 »	Diopsidio . . . . .	1 »
Datolite . . . . .	1 »	Augite . . . . .	2 »
Sphena . . . . .	1 »	Actinolite . . . . .	1 »
Epidoto . . . . .	1 »	Hornblenda . . . . .	2 »
Klaprothine . . . . .	1 »	Orthose . . . . .	4 »
Azurite . . . . .	1 »	Sanidina . . . . .	1 »
Borax . . . . .	1 »	Glauberite . . . . .	1 »
Gesso . . . . .	2 »		

**Systema triclinico**

Albite . . . . .	2 exemplares	Axinite . . . . .	1 exemplares
Anorthite . . . . .	1 »		

**ESCALA DE DUREZA (BREITHAAPT)**

Talco	Fluorite	Quartzo
Gesso	Apatite	Topasio
Mica	Hornblenda	Corindon
Calcite	Orthose	Diamante

**ESCALA DE FUSIBILIDADE**

Estibinite	Colophonite	Orthoclase
Natrolite	Actinolite	Bronzite

**COLLEÇÃO DE 25 MINERAES PARA O ESTUDO DA CLIVAGEM**

1—Mica	10—Berylo	19—Gesso
2—Barytina	11—Pyrosmalite	20—Orthoclase
3—Cryolite	12—Calcite	21—Hornblenda
4—Quartzo	13—Rutilo	22—Heulandite
5—Fluorite	14—Apophyllite	23—Oligoclase
6—Halite	15—Topasio	24—Albite
7—Galenite	16—Anhydrite	25—Labradorite
8—Esphalerite	17—Estibinite	
9—Apatite	18—Barytina	



COLLEÇÃO DE 75 MINERAES PARA O ESTUDO DAS MODALIDADES  
DE ESTRUCTURA, FRACTURA E AGREGAÇÃO

1—Quartzo	27—Tufo calcareo	51—Quartzo
2—Quartzo	28—Limonite	52—Manganite
3—Quartzo	29—Cobre	53—Hornblenda
4—Opala	30—Cobre	54—Quartzo
5—Marmore	31—Cobre	55—Gesso
6—Marmore	32—Galenite	56—Quartzo
7—Alabastro	33—Bismutho	57—Orthoclase
8—Schaumkalk	34—Quartzo	58—Esphalerite
9—Lepidolite	35—Esphalerite	59—Esteatite
10—Greenockite	36—Espherosiderite	60—Estibinite
11—Quartzo	37—Hematite	61—Chumbo
12—Gesso	38—Turmalina em calcareo	62—Cobre
13—Gesso	39—Wacke	63—Talco
14—Pyrolusite	40—Pedra pomes	64—Mica
15—Malachite	41—Wacke	65—Obsidiana
16—Tremolite	42—Turmalina sobre quartzo	66—Opala
17—Snarumite.	43—Turmalina em quartzo	67—Caledonia
18—Jaspe	44—Turmalina em schisto chloritico	68—Serpentina
19—Quartzo	45—Tetraedrite	69—Galenite
20—Hyalite	46—Galenite	70—Heliotropo
21—Silix	47—Chrysotilo	71—Kaolino
22—Eisenblüthe	48—Epiphanite	72—Cobre
23—Marcassite	49—Quartzo	73—Alabastro
24—Natrolite	50—Quartzo	74—Jadeite
25—Heteromorphite		75—Obsidiana
26—Calcareo estalactitico		

COLLEÇÃO DE 25 MINERAES PARA MOSTRAR A DIVERSIDADE DE  
PESO ESPECIFICO

1—Ozocerite	10—Fluorite	19—Magnetite
2—Ambar	11—Olivinite	20—Hematite
3—Cannelkohle	12—Siderite	21—Arsenopyrite
4—Enxofre	13—Esphalerite	22—Antimonio
5—Alabastro	14—Chalcoppyrite	23—Galenite
6—Orthoclase	15—Rutilo	24—Cinabre
7—Quartzo	16—Barytina	25—Cobre
8—Calcite	17—Chromite	
9—Dolomite	18—Estibinite	

COLLEÇÃO DE 25 MINERAES PARA O ESTUDO DAS PROPRIEDADES  
ELECTRICAS E MAGNETICAS

1—Ambar	10—Hulha	19—Quartzo
2—Asphalto	11—Wolframite	20—Magnetite
3—Quartzo	12—Pyrite	21—Pyrrhotite
4—Orthoclase	13—Cyanito	22—Hematite
5—Gesso	14—Calcite	23—Magnetite
6—Halite	15—Fluorite	24—Bismutho
7—Romanzonite	16—Turmalina	25—Calcite
8—Hedenbergite	17—Topasio	
9—Graphite	18—Boracite	

COLLECÇÃO DE 25 MINERAES PARA O ESTUDO DAS PROPRIEDADES  
OPTICAS

- |               |                |                  |
|---------------|----------------|------------------|
| 1—Muscovite   | 10—Epidoto     | 19—Quartzo       |
| 2—Quartzo     | 11—Phlogopite  | 20—Sonnestein    |
| 3—Alabastro   | 12—Labradorite | 21—Fluorite      |
| 4—Obsidiana   | 13—Orthoclase  | 22—Fluorite      |
| 5—Kaolino     | 14—Mondstein   | 23—Phosphorite   |
| 6—Calcite     | 15—Opala nobre | 24—Estroncianite |
| 7—Epidoto     | 16—Ammonite    | 25—Barytina      |
| 8—Dichroïte   | 17—Bornite     |                  |
| 9—Alexandrite | 18—Calcite     |                  |

COLLECÇÃO DE 25 MINERAES PARA O ESTUDO DAS PROPRIEDADES  
ORGANOLEPTICAS

- |                 |                 |                      |
|-----------------|-----------------|----------------------|
| 1—Halite        | 10—Enxofre      | 19—Talco             |
| 2—Sal ammoniaco | 11—Asphalto     | 20—Graphite          |
| 3—Polyhalite    | 12—Argilla      | 21—Calcareo          |
| 4—Carnalite     | 13—Phlogopite   | 22—Tripoli           |
| 5—Kainite       | 14—Snarumite    | 23—Schisto argilloso |
| 6—Melanterite   | 15—Marmore      | 24—Bolus             |
| 7—Goslarite     | 16—Calcareo     | 25—Lithomargite.     |
| 8—Fibroferrite  | 17—Arsenopyrite |                      |
| 9—Alumen        | 18—Pyrite       |                      |

COLLECÇÃO DE 100 MINERAES PARA O ESTUDO DAS MODALIDADES  
DE CÔR E LUSTRE

- |                |                      |                  |
|----------------|----------------------|------------------|
| 1—Nickelina    | 27—Calcedonia        | 53—Chrysoprase   |
| 2—Cobre        | 28—Jaspe             | 54—Epidoto       |
| 3—Pyrrhotite   | 29—Silex             | 55—Actinolite    |
| 4—Pyrrhotite   | 30—Silex             | 56—Serpentina    |
| 5—Chalcopyrite | 31—Argilla schistosa | 57—Pechstein     |
| 6—Ouro         | 32—Obsidiana         | 58—Chrysolite    |
| 7—Pyrite       | 33—Obsidiana         | 59—Chrysoberylo  |
| 8—Pyrite       | 34—Turmalina         | 60—Apatite       |
| 9—Prata        | 35—Hornblendá        | 61—Pyromorphite  |
| 10—Antimonio   | 36—Azeviche          | 62—Pyromorphite  |
| 11—Estibnite   | 37—Piemontite        | 63—Enxofre       |
| 12—Arsenio     | 38—Hedenbergite      | 64—Carpholite    |
| 13—Galenite    | 39—Fluorite          | 65—Topasio       |
| 14—Molybdenite | 40—Azurite           | 66—Fluorite      |
| 15—Redruthite  | 41—Lazulite          | 67—Ouro-pigmento |
| 16—Tetraedrite | 42—Amethysta         | 68—Quartzo       |
| 17—Magnetite   | 43—Lithomargite      | 69—Opala         |
| 18—Graphite    | 44—Espinela          | 70—Siderite      |
| 19—Magnesite   | 45—Cyanito           | 71—Wulfenite     |
| 20—Marmore     | 46—Saphira           | 72—Rosalgar      |
| 21—Talco       | 47—Azurite           | 73—Hyacintho     |
| 22—Feldspatho  | 48—Lazulite          | 74—Hessonite     |
| 23—Natrolite   | 49—Malachite         | 75—Heulandite    |
| 24—Marmore     | 50—Serpentina        | 76—Cinabre       |
| 25—Zoisite     | 51—Esmeralda         | 77—Pyropo        |
| 26—Ardosia     | 52—Malachite         | 78—Orthoclase    |

79—Chalcotrichite	87—Limonite	95—Esphalerite
80—Cinabre	88—Opala	96—Quartzo
81—Bolus	89—Limonite	97—Pechstein
82—Quartzo	90—Linhite	98—Gesso
83—Lepidolite	91—Granada	99—Gesso
84—Kermesite	92—Lievrite	100—Kaolino.
85—Espherosiderite	93—Pyrite	
86—Espherosiderite	94—Anthracite	

## COLLECÇÃO DE PSEUDOMORPHOSES

- 1—Redruthite depois de chalcopyrite  
 2—Azurite depois de chalcopyrite  
 3—Pyrite depois de marcassite  
 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11—Limonite depois de pyrite  
 12—Ocre depois de galenite  
 13—Cinabre depois de marcassite  
 14—Marcassite depois de pyrrotite  
 15—Quartzo e blenda depois de hournonite  
 16—Calcereo depois de halite  
 17—Gesso depois de halite  
 18—Braunspatho depois de fluorite  
 19, 20, 21 e 22—Quartzo depois de fluorite  
 23—Margarite depois de corindon  
 24—Repidolite depois de corindon  
 25—Cobre depois de cuprite  
 26—Malachite depois de cuprite  
 27—Esteatite depois de quartzo  
 28—Titanite depois de rutilo  
 29—Pyrolusite depois de manganite  
 30—Wad depois de manganite  
 31—Estibiocarbonato de chumbo depois de nadorite  
 32 e 33—Hematite depois de calcite  
 34—Pyrolusite depois de calcite  
 35—Manganite depois de calcite  
 36—Hausmanite depois de calcite  
 37—Quartzo depois de calcite  
 38—Silex depois de calcite  
 39—Caledonia depois de calcite  
 40 e 41—Quartzo depois de calcite  
 42—Fluorite depois de calcite  
 43—Calcite depois de calcite  
 48 e 49—Limonite depois de siderite  
 50 e 51—Calcite depois de aragonite  
 52—Cerusite depois de phosgenite  
 53—Cassiterite depois de orthoclase  
 54—Gesso depois de anhydrite  
 55—Calcite depois de thenardite  
 56 e 57—Quartzo depois de thenardite  
 58—Calcite depois de glauberite  
 59—Calcite depois de gesso  
 60—Cerusite depois de anglesite  
 61—Calcite depois de gaylussite  
 62 e 63—Galenite depois de pyromorphite  
 64—Pseudotriplite depois de triphylina  
 65—Mica depois de andalusite  
 66—Talcó depois de chiastolite  
 67—Damourite depois de pyrophy-salite  
 68—Limonite depois de lievrite  
 69—Lepidolite depois de rubellite  
 70—Serpentina depois de monticel-lite  
 71—Serpentina depois de crysolite  
 72—Serpentina depois de pyrope  
 73—Liebenerite depois de nepheli-nite  
 74 e 75—Serpentina depois de ens-tatite  
 76—Serpentina depois de bronzite  
 77—Feldspatho depois de leucite  
 78—Feldspatho depois de granada  
 79—Smithsonite depois de calamina  
 80—Quartzo fibroso depois de cro-cidolite  
 81—Hornblenda depois de augite  
 82—Esteatite depois de hornblenda  
 83—Mica depois de anthophyllite  
 84—Kaolino depois de orthoclase  
 85 e 86—Serpentina depois de or-thoclase  
 87—Mica depois de orthoclase  
 88 e 89—Pinite depois de dichroite  
 90—Fahlunite depois de dichroite  
 91—Pyrargillite depois de dichroite  
 92—Gyantalolite depois de dichroite  
 93—Bondsдорfite depois de di-chroite  
 94—Graphite depois de anthracite  
 95—Orthoceras substituido por py-rite  
 96—Ammonite substituida por py-rite  
 97—Goniatite substituida por he-malite  
 98—Madeira substituida por semio-pala  
 99—Echinide substituido por silex  
 100—Pleurodictyum substituido por grés.

## COLLECÇÃO GERAL DE MINERAES

Quartzo hyalino . . . . .	10 exemplares	Berylo . . . . .	1 exemplares
Quartzo defumado . . . . .	6 »	Berylo e quartzo . . . . .	1 »
Quartzo hematoides . . . . .	7 »	Berylo e molybdenite . . . . .	1 »
Quartzo roseo . . . . .	2 »	Diopsidio . . . . .	1 »
Quartzo e adularia . . . . .	1 »	Augite . . . . .	4 »
Quartzo e calcite . . . . .	3 »	Augite e rhyacolite . . . . .	1 »
Quartzo e goethite . . . . .	1 »	Tremolite . . . . .	1 »
Quartzo e chalcopyrite . . . . .	1 »	Tremolite na dolomite . . . . .	1 »
Quartzo e blenda . . . . .	1 »	Asbesto . . . . .	2 »
Quartzo com inclusões de hematite . . . . .	1 »	Amiantho e calcite . . . . .	1 »
Quartzo com inclusões de rutilo . . . . .	1 »	Cartão de montanha Hornblenda . . . . .	1 »
Amethysta . . . . .	6 »	Hypersthena e labradorite . . . . .	1 »
Calcedonia . . . . .	1 »	Analcima . . . . .	3 »
Calcedonia e quartzo . . . . .	3 »	Analcima e apophyllite . . . . .	1 »
Calcedonia e braunspatho . . . . .	1 »	Apophyllite . . . . .	1 »
Cornalina . . . . .	1 »	Chabasite . . . . .	1 »
Plasma, quartzo e agatha . . . . .	1 »	Chabasite com stilbite . . . . .	1 »
Silex pyromaco . . . . .	1 »	Desmina . . . . .	2 »
Silex corneo . . . . .	1 »	Desmina e apophyllite . . . . .	1 »
Silex xyloide . . . . .	1 »	Desmina e calcite . . . . .	1 »
Jaspe . . . . .	4 »	Datolite . . . . .	1 »
Hyalite . . . . .	2 »	Harmotoma . . . . .	1 »
Opala commum . . . . .	6 »	Harmotoma e calcite . . . . .	1 »
Adularia . . . . .	1 »	Disthena . . . . .	1 »
Adularia e titanite . . . . .	1 »	Staurolite . . . . .	6 »
Adularia e amiantho . . . . .	1 »	Staurolite e disthena . . . . .	1 »
Pegmatolite e quartzo . . . . .	1 »	Halloysite . . . . .	1 »
Pegmatolite, quartzo e albite . . . . .	1 »	Granada . . . . .	8 »
Pomes . . . . .	1 »	Granada e chlorite . . . . .	1 »
Muscovite . . . . .	3 »	Granada, wollastonite e calcite . . . . .	1 »
Biotite . . . . .	1 »	Granada e chlorite . . . . .	1 »
Mica e quartzo . . . . .	1 »	Granada e blenda . . . . .	1 »
Mica e calcite . . . . .	1 »	Aploma . . . . .	1 »
Mica e apatite . . . . .	1 »	Colophonite . . . . .	1 »
Dichroite . . . . .	1 »	Idocrase . . . . .	1 »
Titanite . . . . .	1 »	Idocrase e chlorite . . . . .	1 »
Titanite e quartzo . . . . .	1 »	Egeran . . . . .	1 »
Titanite no syenito . . . . .	1 »	Epidoto . . . . .	1 »
Turmalina . . . . .	1 »	Pistazite . . . . .	2 »
Turmalina e mica . . . . .	1 »	Lievrite . . . . .	1 »
Turmalina e quartzo . . . . .	1 »	Bastite . . . . .	1 »
Turmalina e margarite . . . . .	1 »	Chrysotilo . . . . .	1 »
Axinite . . . . .	2 »	Periclase . . . . .	1 »
Topasio . . . . .	3 »	Rutilo . . . . .	1 »
Topasio, blenda e wolframite . . . . .	1 »	Rutilo e hornblenda . . . . .	2 »
Picnite . . . . .	1 »	Rutilo e periclase . . . . .	1 »
		Anatase . . . . .	1 »
		Corindon . . . . .	1 »
		Diasporo . . . . .	1 »
		Bauxite . . . . .	1 »
		Pechurane . . . . .	2 »

Pechurane e chalcopirite . . . . .	1	»	Sch�elite e fluorite . . . . .	2	exemplares
Gumite, pechurane e uracomise . . . . .	1	»	Sch�elite, wolframite e mica . . . . .	1	»
Espinella . . . . .	2	»	Sal gemma . . . . .	1	»
Espinella azul . . . . .	1	»	Sal ammoniaco . . . . .	1	»
Aragonite . . . . .	1	»	Fluorite . . . . .	9	»
Aragonite e dolomite . . . . .	1	»	Fluorite e quartzo . . . . .	2	»
Calcite . . . . .	43	»	Fluorite, quartzo e mica . . . . .	1	»
Calcite e quartzo . . . . .	4	»	Fluorite, quartzo e braunspatho . . . . .	1	»
Calcite e baryta . . . . .	4	»	Fluorite e mica . . . . .	1	»
Calcite e pyrite . . . . .	4	»	Fluorite e barytina . . . . .	2	»
Calcite e magnetite . . . . .	1	»	Fluorite, galena e pyrite . . . . .	2	»
Calcite e braunspatho . . . . .	5	»	Fluorite, galenite e quartzo . . . . .	1	»
Calcite e blenda . . . . .	3	»	Fluorite e blenda . . . . .	1	»
Calcite, blenda e siderose . . . . .	1	»	Cryolite . . . . .	2	»
Calcite e fluorite . . . . .	3	»	Enxofre . . . . .	1	»
Calcite e limonite . . . . .	1	»	Arsenio . . . . .	3	»
Dolomite . . . . .	1	»	Ouro-pigmento . . . . .	1	»
Pisolite . . . . .	1	»	Rosalgar . . . . .	1	»
Braunspatho . . . . .	6	»	Antimonite . . . . .	3	»
Braunspatho e quartzo . . . . .	3	»	Antimonite e quartzo . . . . .	2	»
Braunspatho, quartzo e chalcopirite . . . . .	1	»	Berthierite . . . . .	1	»
Braunspatho e calcite . . . . .	1	»	Berthierite e antimonite . . . . .	1	»
Braunspatho e blenda . . . . .	1	»	Molybdenite . . . . .	2	»
Braunspatho e fluorite . . . . .	1	»	Molybdenite e quartzo . . . . .	2	»
Braunspatho e barytina . . . . .	1	»	Chromite . . . . .	2	»
Stangespatho . . . . .	1	»	Wolframite . . . . .	1	»
Barytina . . . . .	8	»	Pyrolusite . . . . .	5	»
Barytina e quartzo . . . . .	2	»	Pyrolusite e quartzo . . . . .	1	»
Barytina e calcite . . . . .	5	»	Braunite . . . . .	1	»
Barytina, calcite, braunspatho e blenda . . . . .	1	»	Braunite e hausmannite . . . . .	2	»
Barytina, calcite e pyrite . . . . .	1	»	Hausmannite . . . . .	2	»
Barytina, calcite e galenite . . . . .	2	»	Acerd�ese . . . . .	1	»
Barytina e pyrite . . . . .	1	»	Psilomelane . . . . .	2	»
Barytina e fluorite . . . . .	2	»	Diagenite . . . . .	1	»
Barytina sulfatada . . . . .	1	»	Diagenite e limonite . . . . .	1	»
Celestite e enxofre . . . . .	1	»	Pyrrhotite . . . . .	2	»
Gesso . . . . .	5	»	Pyrrhotite e blenda . . . . .	1	»
Gesso e enxofre . . . . .	1	»	Pyrite . . . . .	6	»
Uraconise . . . . .	1	»	Pyrite e quartzo . . . . .	1	»
Apatite, quartzo e chalcopirite . . . . .	1	»	Pyrite, galena e fluorite . . . . .	2	»
Apatite e barytina . . . . .	1	»	Marcassite . . . . .	1	»
Estafelite . . . . .	1	»	Kyrosite . . . . .	1	»
Phosphorite . . . . .	7	»	Leucopyrite . . . . .	1	»
Chalcolite . . . . .	3	»	Mispickel . . . . .	4	»
Sch�elite, mica e quartzo . . . . .	1	»	Mispickel e pyrite . . . . .	1	»
Sch�elite, mica, quartzo e fluorite . . . . .	1	»	Magnetite . . . . .	8	»
			Hematite . . . . .	21	»
			Hematite e chalcopirite . . . . .	1	»
			Hematite, blenda, quartzo e siderose . . . . .	1	»
			Ilmenite . . . . .	3	»
			Ilmenite e apatite . . . . .	1	»

	exemplares		exemplares
Ilmenite, serpentina e hydrotalkite. . . . .	1	Cassiterite e fluorite. . . . .	1
Gaethite . . . . .	2	te. . . . .	»
Lepidocrocite . . . . .	1	Cassiterite e molybdenite . . . . .	1
Limonite . . . . .	5	» . . . . .	»
Siderose . . . . .	3	Cassiterite, molybdenite e chalcopryrite . . . . .	2
Siderose e quartzo . . . . .	3	te . . . . .	»
Siderose e calcite . . . . .	2	Cassiterite, molybdenite e hornblenda . . . . .	1
Siderose e chalcopryrite . . . . .	1	» . . . . .	»
Siderose e limonite. . . . .	1	Galena . . . . .	4
Siderose e blenda . . . . .	1	» . . . . .	»
Linneite e chalcopryrite . . . . .	1	Galena e quartzo . . . . .	1
Linneite, chalcopryrite e baryta . . . . .	1	Galena, quartzo e blenda . . . . .	1
Smaltite . . . . .	2	» . . . . .	»
Smaltite, quartzo e hornstein . . . . .	1	Galena, calcite e blenda . . . . .	1
Smaltite e fluorite . . . . .	1	» . . . . .	»
Smaltite e barytina. . . . .	1	Galena, calcite e pyrite . . . . .	1
Smaltite e siderose . . . . .	1	» . . . . .	»
Cobaltite . . . . .	3	Galena, calcite e pyrite . . . . .	1
Cobaltite, calcite e chalcopryrite . . . . .	1	Galena, calcite e chalcopryrite . . . . .	2
Rhodoisite . . . . .	1	» . . . . .	»
Rhodoisite, smaltite e bismutho . . . . .	1	Galena e pyrite . . . . .	2
Nickelite e smaltite . . . . .	1	Galena e blenda . . . . .	2
Nickelite e cloanthite. . . . .	1	Galena e siderose . . . . .	2
Cloanthite. . . . .	5	Galena e braunspatho . . . . .	1
Cloanthite e quartzo . . . . .	1	Heteromorphite . . . . .	1
Cloanthite e bismutho . . . . .	1	Boulangerite . . . . .	1
Cloanthite, baryta e fluorite . . . . .	1	Boulangerite e quartzo . . . . .	1
Cloanthite e galena. . . . .	1	» . . . . .	»
Breithauptite . . . . .	2	Boulangerite e siderose . . . . .	1
Breithauptite, calcite e galena . . . . .	2	Boulangerite, siderose e galena . . . . .	1
Blenda. . . . .	2	Boulangerite, siderose e chalcopryrite . . . . .	1
Blenda e quartzo . . . . .	6	» . . . . .	»
Blenda, quartzo e calcite . . . . .	1	Boulangerite, blenda e pyrite . . . . .	1
Blenda, quartzo e chalcopryrite. . . . .	1	Bournonite e quartzo . . . . .	1
Blenda e cobre . . . . .	1	» . . . . .	»
Wurtzite . . . . .	1	Cerussite . . . . .	1
Zincite, franklinite e trephoite. . . . .	1	Cerussite, galena e barytina. . . . .	1
Zincoisise . . . . .	1	» . . . . .	»
Troostite, franklinite e zincite . . . . .	1	Anglesite e galena . . . . .	1
Calamite . . . . .	2	Pyromorphite . . . . .	5
Cassiterite. . . . .	8	Pyromorphite e barytina . . . . .	1
Cassiterite e quartzo . . . . .	1	Pyromorphite e galena . . . . .	1
Cassiterite e orthose . . . . .	1	» . . . . .	»
Cassiterite e mica . . . . .	2	Mimelesite. . . . .	1
Cassiterite e idocrase . . . . .	1	Wulfenite . . . . .	1
		Bismutho . . . . .	6
		Bismutho, quartzo e bismuthite . . . . .	1
		» . . . . .	»
		Bismutho, quartzo e wolframite . . . . .	1
		» . . . . .	»
		Bismutho, quartzo, wolframite e molybdenite . . . . .	1
		» . . . . .	»
		Bismutho, chalcopryrite e galena . . . . .	1
		» . . . . .	»
		Bismutho e smaltite . . . . .	5

Bismuthite . . . . .	1 exemplares	Malachite . . . . .	4 exemplares
Bismuthite e quartzo . . . . .	1 »	Malachite e cerussite . . . . .	1 »
Bismuthite, quartzo e chalcopirite . . . . .	1 »	Malachite, chalcopirite e limonite . . . . .	1 »
Bismuthite e chalcopirite . . . . .	1 »	Lunnite e quartzo . . . . .	1 «
Emplectite e quartzo . . . . .	1 »	Chrysocolla e asbolano . . . . .	1 »
Hypochlorite e kothalbeschlag . . . . .	1 »	Atacamite . . . . .	1 »
Hypochlorite e esmaltite . . . . .	1 »	Cinabre . . . . .	6 »
Cobre nativo . . . . .	8 »	Cinabre e limonite . . . . .	1 «
Cobre . . . . .	2 »	Cinabre, calcite e pyrite . . . . .	1 »
Cobre, calcite e pistazile . . . . .	1 »	Tiemannite e nickeline . . . . .	1 »
Chalcosite . . . . .	2 »	Prata . . . . .	8 »
Chalcosite e braunspatho . . . . .	1 »	Prata e argyrose . . . . .	1 »
Covelline . . . . .	1 »	Prata e calcite . . . . .	1 »
Chalcopirite . . . . .	1 »	Argyrose . . . . .	2 »
Chalcopirite, quartzo e fluorite . . . . .	1 »	Argyrose e braunspatho . . . . .	1 »
Chalcopirite, quartzo e blenda . . . . .	1 »	Argyrose e barytina . . . . .	1 »
Erubescite . . . . .	1 »	Dyscrase . . . . .	1 »
Tetraedrite . . . . .	3 »	Polyhasite . . . . .	1 »
Tetraedrite e quartzo . . . . .	1 »	Estephanite . . . . .	2 »
Tetraedrite e chalcopirite . . . . .	1 »	Estephanite e calcite . . . . .	1 »
Tetraedrite, bournonite e galena . . . . .	1 »	Estephanite e pyrargyrite . . . . .	1 »
Tetraedrite e siderose . . . . .	1 »	Pyrargyrite . . . . .	2 »
Tetraedrite e fluorite . . . . .	1 »	Pyrargyrite, calcite e braunspatho . . . . .	1 »
Tetraedrite e linneite . . . . .	1 »	Rothgulligerz . . . . .	5 »
Panabase . . . . .	2 »	Ouro . . . . .	6 »
		Ouro, quartzo e mispickel . . . . .	1 »
		Nagyagite . . . . .	1 »
		Graphite . . . . .	3 »
		Anthracite . . . . .	1 »
		Linbite . . . . .	5 »
		Turfa . . . . .	3 »
		Ambar . . . . .	2 »

## MINERAES DE PORTUGAL

*Quartzo*, Villa Velha de Rodam  
 — Portalegre  
 — Abrunheira  
 — Santa Clara de Alcaravella  
 — Serrinha de Fontes  
 — Amarante  
 — Gondomar  
 — Penacova  
 — Covello  
 — Cintra  
 — Vizella  
 — Rio Tinto  
 — *defumado*, Montalegre  
 — *roseo*, Serra da Estrella  
 — Rio Tinto (arredores do Porto)  
 — *amethysta*, Traz-os-Montes  
*Calcedonia*, Cabreira

*Calcedonia e jaspe*, Cabo Espichel  
*Opala*, Anadia  
 — Minarvella (Cintra)  
*Orthose*, Pena (Cintra)  
 — Rio Tinto  
 — Areosa (Porto)  
*Mica*, Rebordosa (Paredes)  
 — Rio Tinto  
 — Gondomar  
 — *negra*, Rio Tinto  
*Turmalina*, Venda Nova (Rio Tinto)  
 — Santa Martha de Penaguião  
 — *Orthose e quartzo*, Mantegás (Serra da Estrella)  
*Berylo*, Rebordosa (Paredes)  
 — Venda Nova (Rio Tinto)

<i>Berylo</i> , Babaçal (Trancoso)	<i>Mispickel</i> , Oliveira de Azemeis
<i>Malakonite</i> , Santo Estevão (Algarve)	— Santa Martha de Penaguião
<i>Asbesto</i> , San'Anna (Evora)	<i>Magnetite</i> , Pitões
— Travanca (Traz-os-Montes)	— Alte (Faro)
<i>Wollastonite e granada</i> , Cintra	— Santo Estevão (Tavira)
<i>Nathrolite</i> , Monchique (Algarve)	— Alto do Castello (Cintra)
<i>Disthena</i> , S. Cosme de Gondomar	— ?
<i>Staurolithe</i> , Fauzeres	<i>Hematite</i> , Moncorvo
<i>Halloysite</i> , Paço de Linhares (Recarei)	— Alandroal
<i>Kaolino</i> , Bellas	— Bragança
<i>Granada</i> , Arronches	— Ponta da Serreta (ilha Terceira)
— Boa-Fé (Elvas)	<i>Ilmenite</i> , Macedo de Cavalleiros
— Montalegre	<i>Limonite</i> , Serra de Otta
— Mogadouro	— Mealhada
— Villa da Feira	— <i>segundo pyrite</i> , Alandroal
— Rio Tinto	— Marão
<i>Aragonite</i> , Escusa (Marvão)	— Villa Secca (Armamar)
<i>Calcite</i> , Portalegre	<i>Erythrina e chalcopyrite</i> , Telhadella
— Alcobaça	<i>Blenda</i> , Castello Branco
— Tunnel do Rocio (Lisboa)	— e <i>galena</i> , Braçal
— Tapada da Ajuda	— e <i>quartzo</i> , Castello Branco
— Serra da Neve	— <i>espherica</i> , Pahal
— Braçal	<i>Cassiterite</i> , Rebordosa
— e <i>pyrite</i> , Braçal	— Covellas (S. Pedro do Sul)
<i>Dolomite</i> , Braçal	— Ramalhoso
<i>Barytina</i> , Braçal	— Parada de Bragança
<i>Celestite</i> , Cabo Mondego	— Fajão (Coimbra)
— Tunnel do Rocio	— Villa Marim
<i>Gesso</i> , Barcarena	— Mezão Frio
— Caldas da Rainha	<i>Galena</i> , Sardoal
<i>Phosphorite</i> , Marvão	— Mina de Telhadella
<i>Antimonite</i> , Mina da Herdade da Prata	— Sever de Vouga
— Montalto	— Casaes do Douro
— Mina do Mongo	— Braçal
— S. Thiago de Cacem	— Traz-os-Montes
— Mina do Valle de Acha (Vallongo)	— <i>fibro-compacta</i> , Braçal
— Mirandella	— <i>fibro-lamellar</i> , Castello Branco
— Mina dos Lagueirões (Vallongo)	— <i>argentifera</i> , Mina do Moinho de Pena
— Ribeiro da Igreja (Vallongo)	— <i>argentifera</i> , Albergaria-a-Velha
— Vimioso	— <i>lavada</i> , Mina do Carvalhal
— Covello	— e <i>quartzo</i> , S. Miguel de Ache
— Gondomar	— e <i>pyrite</i> , Braçal
— e <i>nakrite</i> , Mina da Tapada	<i>Pyromorphite</i> , Traz-os-Montes
— e <i>quartzo</i> , Covello	<i>Cobre nativo</i> , S. João de Aljustrel
<i>Stibiconite</i> , Vallongo	— Talhadas (Sever de Vouga)
<i>Wolframite</i> , Carvalhal	— Alcaer do Sal
— Boa Aldeia (Vizeu)	<i>Cobre oxydado negro</i> , Alandroal
— Alvarenga (Arouca)	— Pahal
— Sabroza	— <i>ferrifero</i> , Loulé
<i>Pyrotusite</i> , Serrinha (Alcacer)	<i>Chalcosyte</i> , Reguengo de Monsaraz
<i>Psilomelane</i> , Serrinha (Alcacer)	— Barrancos
— Alegrete (Portalegre)	— Cabeça Alta (Alemtejo)
<i>Ferro oligistico mi-acro</i> , Alvito (Beja)	— e <i>chalcopyrite</i> , Azambujeira
<i>Pyrite de ferro</i> , Aljustrel	
— Aljustrel	
— Sever de Vouga	
— (Aveiro)	
— Miranda	



*Chalcosyle na hulha*, Peniche  
*Chalcopyrite no quartzo*, Evora  
 — Mina de Aljudreira  
 (Alentejo)  
 — Telhadella  
 — e *erythrina*, Pahal  
 — — Telhadella  
 — Pahal  
 — Gallafra (Regoa)  
 — Olivellas (Alvito)  
 — Evora  
*Malachite*, Azambujeira  
 — Alandroal

*Malachite*, Algaes (Aljustrel)  
 — Vinha Velha  
*Azurite e malachite*, (?)  
*Graphite*, Chaves  
 — Lamego  
 — Penafiel  
 — Vizen  
*Anthracite*, Mina do Peção (Paiva)  
 — S. Pedro da Cova  
*Hulha*, Ervedosa  
*Linhite*, Marrazes (Leiria)  
*Madeira fossil*, Cadaval  
 — Penacova

## II — LITHOLOGIA

### 1.ª COLLECÇÃO GERAL DE ROCHAS

Calcereo saccharoide . . . . .	2 exemplares	Lava andesitica . . . . .	1 exemplares
Predazzite . . . . .	1 »	Dolerite trachytica . . . . .	1 »
Quartzite schistosa . . . . .	1 »	Porphyro augítico . . . . .	1 »
Amphibolite . . . . .	1 »	Anamesite . . . . .	2 »
Talcoschisto . . . . .	2 »	Basalto . . . . .	2 »
Serpentina . . . . .	1 »	Gabbro . . . . .	1 »
Granito . . . . .	5 »	Forellstein . . . . .	1 »
Granito graphico . . . . .	1 »	Nephelinite . . . . .	1 »
Porphyro granítico . . . . .	1 »	Basalto nephelinitico . . . . .	1 »
Porphyro quartzifero . . . . .	1 »	Basalto leucitico . . . . .	1 »
Felsitporphyro . . . . .	1 »	Lava augítica . . . . .	2 »
Pechstein . . . . .	1 »	Leschenite . . . . .	1 »
Pechstein porphyrico . . . . .	1 »	Limburgite . . . . .	1 »
Liparite . . . . .	1 »	Eklogite . . . . .	2 »
Trachyte quartzifera . . . . .	1 »	Granalite . . . . .	1 »
Syenite . . . . .	3 »	Pikrite . . . . .	1 »
Monzonite . . . . .	1 »	Erlanfels . . . . .	1 »
Orthophyro sem quartzo . . . . .	1 »	Olivinite . . . . .	1 »
Trachite . . . . .	4 »	Gneiss . . . . .	1 »
Ditroite . . . . .	1 »	Gneiss amphibolico . . . . .	1 »
Liebeneritporphyro . . . . .	1 »	Gneiss dichroitico . . . . .	1 »
Phonolito . . . . .	2 »	Gneiss granítico . . . . .	1 »
Leucitophyro . . . . .	1 »	Granulito . . . . .	1 »
Pechstein trachytico . . . . .	1 »	Granulito pyroxenico . . . . .	1 »
Perlite . . . . .	1 »	Halleflint . . . . .	1 »
Obsidiana . . . . .	1 »	Micaschisto . . . . .	3 »
Pedra pomes . . . . .	1 »	Micaschisto granatico . . . . .	1 »
Diorite . . . . .	1 »	Schisto chloritico . . . . .	1 »
Diorite schistosa . . . . .	1 »	Schisto chloritico granatico . . . . .	1 »
Diorite porphyrica . . . . .	1 »	Schisto hornblendico . . . . .	1 »
Tonalite . . . . .	1 »	Schisto actinolítico . . . . .	1 »
Dacite . . . . .	1 »	Schisto graphitico . . . . .	1 »
Andesite amphibolica . . . . .	2 »	Garbenschiefer . . . . .	1 »
Diabase . . . . .	3 »	Micaschisto estauro-litico . . . . .	1 »
Diabase porphyrica . . . . .	1 »	Eisenglimmerschiefer . . . . .	1 »
Diabase olivintica . . . . .	1 »	Schisto sericitico . . . . .	1 »
Rhombenporphyro . . . . .	1 »	Bomba vulcanica . . . . .	1 »
Uralitporphyro . . . . .	1 »	Lapilli . . . . .	
Ophite . . . . .	1 »		
Melaphyro . . . . .	1 »		
Andesite augítica . . . . .	1 »		

I) *Rochas do silurico e do devonico*

- 1—Fruchtschiefer
- 2—Schisto ottrelififero
- 3—Schisto chistolitico
- 4—Ardosia
- 5—Schisto aluminifero
- 6—Novauculite
- 7—Schisto silicioso
- 8—Schisto do silurico inferior
- 9—Gres do silurico superior
- 10—Calcareao com *Orthoceras*. Situ-  
rico medio
- 11—Schisto com *Graptolithes*.

II) *Rochas do devonico*

- 12—Conglomerado
- 13—Grauwacke, Devonico inferior
- 14—Grauwacke, Devonico inferior
- 15—Ardosia
- 16—Schisto com *Chondrites*. Devo-  
nico inferior
- 17—Schaalstein porphyrica
- 18—Schaalstein
- 19—Dolomite de Eifel
- 20—Calcareao do Eifel
- 21—Schisto do devonico medio
- 22—Schisto com *Cypridinas*
- 23—Calcareao do devonico superior
- 24—Calcareao do devonico superior.

III) *Rochas do carbonico*

- 25—Schistos com *Posidonomya*.  
Culu.
- 26—Anthracite
- 27—Hulha
- 28—Hulha schistosa
- 29—Schisto
- 30—Grès
- 31—Conglomerado.

IV) *Rochas do dyassico*

- 32—Tufo porphyrico
- 33—Roth Todt Liegendes
- 34—Weis Todt Liegendes
- 35—Schisto cuproso
- 36—Dolomite do zechstein
- 37—Calcareao do zechstein.

V) *Rochas do triassico*

- 38—Gesso do novo grès vermelho
- 39—Novo grès vermelho
- 40—Novo grès vermelho
- 41—Marga do muschelkalk
- 42—Calcareao dolomitico do andar  
saliferiano
- 43—Muschelkalk inferior
- 44—Muschelkalk
- 45—Gesso do keuper

- 46—Dolomite do keuper
- 47—Grès do keuper
- 48—Calcareao dos Alpes, Camadas  
de St. Cassian
- 49—Calcareao dos Alpes, Camadas  
de Raible.

VI) *Rochas do jurassico*

- 50—Marga com *Terebratula numis-  
malis*, Liassico medio
- 51—Calcareao com *Amm. Davai*.  
Andar liassico
- 52—Marga do liassico calcarifero
- 52-A—Calcareao liassico
- 53—Schistos com peixes, Liassico  
superior
- 54—Schisto com *Posidonias*, Lias-  
sico superior
- 55—Marga, Liassico superior
- 56—Oolithico inferior, Andar bajocia-  
no
- 57—Oolithico inferior ferruginoso
- 58—Grès jurassico
- 59—Argilla de Dives
- 60—Coralrag
- 61—Coralrag
- 62—Calcareao lithographico.

VII) *Rochas do cretacco*

- 63—Terreno neocomiano
- 64—Gault
- 65—Quadersandstein
- 66—Cré arenosa, Andar turoniano
- 67—Calcareao compacto, Andar tu-  
roniano
- 68—Marga, Andar senomiano.
- 69—Calcareao, Andar dinamarquiano
- 70—Grünsand
- 71—Cré
- 72—Cré.

VIII) *Rochas do terciario*

- 73—Calcareao nummulitico
- 73-A—Calcareao nummulitico
- 74—Calcareao miliolitico
- 75—Calcareao com *Litorinellas*
- 76—Crag
- 77—Argilla de Londres
- 78—Argilla com *Cyrenus*
- 79—Argilla plastica
- 80—Linhite folheada
- 81—Molasso
- 82—Nagellflue
- 83—Limonte oolithica
- 84—Quartzite de agua doce
- 85—Tufo trachyitico
- 86—Tufo basaltico
- 87—Tufo phonolitico
- 88—Tufo leucitico
- 89—Conglomerado de pedra pomes.

IX) <i>Rochas do quaternario</i>		95—Calcereo de agua doce
90—Marga do löss		96—Tufo calcereo
91—Löss		97—Turfa
92—Lehm		98—Areia marinha
93—Brecha de ossos		99—Seixos
91—Limonite dos pantanos		100—Areia movediça

## 2.ª COLLEÇÃO GERAL DE ROCHAS

## I — Rochas simples

Gesso . . . . .	2 exemplares	Schisto chloritoso . . . . .	2 exemplares
— fibroso . . . . .	1 »	— talcoso . . . . .	3 »
Calcereo saccharoi- de . . . . .	3 »	Serpentina . . . . .	2 »
Phosphorite . . . . .	1 »	Espherosiderite . . . . .	1 »
Quartzite . . . . .	2 »	Ferro oxydado argi- loso . . . . .	2 »
— de agua doce . . . . .	1 »	— oligistico . . . . .	1 »
— schistosa . . . . .	1 »	— oxydado car- bonatado . . . . .	1 »
Schisto silicioso . . . . .	1 »	— — hydra- tado . . . . .	1 »
Flint . . . . .	1 »	Turfa . . . . .	1 »
Amphibolite . . . . .	1 »	Hulha . . . . .	1 »
— granular . . . . .	1 »	Anthracite . . . . .	1 »
— schistosa . . . . .	3 »		

## II — Rochas compostas

Porphyro syenitico . . . . .	1 exemplares	Dolerite . . . . .	1 exemplares
Muhlsteinporphyro . . . . .	1 »	Anamesite . . . . .	2 »
Pechstein . . . . .	1 »	Lava melilitica . . . . .	1 »
Trachyte quartzifera . . . . .	2 »	— com noseana . . . . .	1 »
Syenito . . . . .	3 »	Basalto . . . . .	7 »
— hypersthenico . . . . .	2 »	Wacke . . . . .	1 »
Minette . . . . .	1 »	Gabro . . . . .	2 »
Trachyte . . . . .	5 »	Schillerfels . . . . .	1 »
— doleritica . . . . .	1 »	Forellenstein . . . . .	1 »
Phonolito . . . . .	2 »	Dolerite nephelinica . . . . .	1 »
— noseanico . . . . .	2 »	Lava — . . . . .	1 »
Perlite . . . . .	3 »	— leucitica . . . . .	1 »
Diorite . . . . .	1 »	Hyalomict . . . . .	1 »
— porphyrica . . . . .	2 »	Eklogite . . . . .	1 »
Andesite amphibo- lica . . . . .	1 »	Granatite . . . . .	1 »
Diabaso . . . . .	3 »	Dicroite . . . . .	1 »
— porphyrica . . . . .	1 »	Gneiss . . . . .	4 »
Porphyro labrado- rico . . . . .	1 »	Cornubianite . . . . .	1 »
— augitico . . . . .	1 »	Gneiss oligistico . . . . .	1 »
Lava augitica . . . . .	3 »	Granulito gneissico . . . . .	1 »
Melaphyro amygda- loide . . . . .	1 »	Granulito . . . . .	4 »
		Micaschisto . . . . .	5 »
		Schisto otrelitifero . . . . .	1 »
		Fruchtschiefer . . . . .	1 »

## III — Rochas clasticas

Schisto maclifero . . . . .	1 exemplares	Trass . . . . .	1 exemplares
Ardosia . . . . .	2 »	Tufo vulcanico . . . . .	1 »
Schalstein . . . . .	2 »		

**IV — Rochas do silurico**

Schisto do silurico . . . . . 2 exemplares      Calcareo . . . . . 1 exemplares

**V — Rochas do devonico**Schisto do devonico . . . . . 2 exemplares      Grauwacke . . . . . 1 exemplares  
Marmore . . . . . 1 »**VI — Rochas do carbonico**Culm . . . . . 3 exemplares      Calcareo . . . . . 3 exemplares  
Blankland carboni-      »      Conglomerado . . . . . 3 »  
fero . . . . . 2 »      Schisto . . . . . 1 »  
Grés . . . . . 5 »**VII — Rochas do dyassico**Both Todt Liegendes . . . . . 1 exemplares      Schisto . . . . . 1 exemplares  
Weis Todt Liegendes . . . . . 1 »**VIII — Rochas do triassico**Muschelkalk . . . . . 2 exemplares      Keuper . . . . . 1 exemplares  
Alpenkalk . . . . . 1**IX — Rochas do jurassico**Rocha do oolítico inferior . . . . . 2 exemplares      Marga do liassico . . . . . 1 exemplares  
— — ferruginoso . . . . . 1 »      Calcareo . . . . . 1 »  
Rocha do oxfordiano . . . . . 1 »**X — Rochas do terciario**Gesso de agua doce . . . . . 1 exemplares      Grés do molasso . . . . . 1 exemplares  
Silex . . . . . 1 »      — calcarifero . . . . . 1 »  
Linhite do miocène . . . . . 1 »      Nagelfluhe . . . . . 2 »**XI — Rochas do quaternario**

Löss . . . . . 1 exemplares

**ROCHAS PORTUGUEZAS**

Marmore, Cintra	—	Bragança
— Cintra	—	Serra de Bouro
— Extremoz	—	S. Pedro de Cintra
— Collares	—	Cabo da Roca
	—	Collares
Calcareo, Mirandella	—	negro, Sobrido (Marão)
— Cintra	—	— Roca
— Escusa	—	— Cintra
— Coimbra	—	Stalagmite, Pampilhosa (Mealhada)

<i>Tufo calcareo</i> , Melva	<i>Pegmatite</i> , Rego de Chaves
<i>Filão granatífero em contacto com o calcareo</i> , Cintra	— <i>graphica</i> , Mogadouro
<i>Dolomite</i> , Soutello (Bragança)	<i>Granophyro (Rhyolithe)</i> , Roca
<i>Phosphorite</i> , Marvão	<i>Syenite</i> , Evora
<i>Quartzite</i> , Montemor o Novo	<i>Foyaité</i> , Monchique (Algarve)
— Villa Velha de Rodam	<i>Trachyte</i> , Casal do Outeiro (Bellas)
— Vimioso	— Cacem
— Loredó (Bussaco)	— Picotas
<i>Grés grosseiro</i> , Villa Velha de Rodam	<i>Diorite</i> , Penha Longa
<i>Grés quartzoso grosseiro</i> , Poiães	— Picotos
<i>Silæ</i> , Runa	— Sines
<i>Amphibolite</i> , Bragança	— Elvas
— Bragança	— Ramalhão
— <i>schistosa</i> , Vinhaes	— Valle de Porcas
<i>Schisto talcoso</i> , Villa Velha de Rodam	— Anno Bom (Cintra)
— Villa Velha de Rodam	— <i>micacea</i> , Collares
<i>Serpentina</i> , Vinhaes (Bragança)	<i>Ophite</i> , Forte de Alqueidão
<i>Rocha serpentinoso</i> , Bragança	— Castello de Leiria
— Villar de Bragança	<i>Kersantite</i> , Portalegre
<i>Magnetite</i> , Penna (Cintra)	— Tourega (Evora)
<i>Hematite</i> , Moncorvo	— <i>micacea</i> , Casa Branca
<i>Turfa</i> , Margens do Sado	(Linha ferrea de S. E.)
<i>Linhite</i> , Marrazes (Leiria)	<i>Diabase</i> , Porto de San'Anna
<i>Anthracite</i> , Pejão	— Riba de Cima (Penacova)
<i>Granito</i> , S. Pedro (Cintra)	<i>Basulto</i> , Serra de Santa Quitéria
— S. Pedro (Cintra)	— Sabugo
— S. Pedro (Cintra)	— Bellas
— S. Pedro (Cintra)	— Bellas
— Do Penedo ao Matto (Cintra)	— Azoil
— Do Castello dos Mouros á Pena (Cintra)	— Vaz Meirinho
— Do Penedo a Alvidrar (Cintra)	— Maceira
— Cabo da Roca	— Serra da Roca da Lapa
— Almoçegema	— Montijo (Sobral)
— Vouzella (Vizeu)	— <i>nephelínico</i> , Ferraria (N. S.ª da Luz)
— S. Cosme (Gondomar)	— <i>decomposto</i> , Forte dos Maias
— Villa Flôr (Bragança)	<i>Gabbro</i> , Sines
— Vimioso (Bragança)	<i>Hyalomicté</i> , Rebordosa
— Montezinho (Bragança)	<i>Granatfels</i> , Odivellas (Alvito)
— Villa Real	<i>Gneiss</i> , Mogadouro (Bragança)
— Soutellinho (Villa Real)	— Miranda (Bragança)
— Valpassos	<i>Schisto chistolithico</i> , Bragança
— S. Lourenço (Chaves)	— Vimioso
— Carrazeda de Anciães	<i>Schisto staurolithico</i> , Sinhavos
— Picotas	<i>Grés</i> , Poyares
— Paradella	— <i>micaceo</i> , Villa de Figueira
— Monção	— <i>grosseiro</i> , Villa de Figueira
— Gerez	<i>Brecha</i> , Alto da Serra do Bussaco
— <i>porphyroide</i> , Miranda	— Roca
— <i>turmalínico</i> , Evora	<i>Kaolino</i> , Valle Almargem (Bellas)
— <i>muscovítico</i> , Silve (Mirandella)	<i>Schisto com pyrite</i> , Algares (Aljustrel)
— — Abreiro (Mirandella)	<i>Ardosia</i> , Villa Velha de Rodam
<i>Aplite</i> , Villa Real	<i>Schisto argilloso</i> , Villa Velha de Rodam
— Cintra	— Villa Velha de Rodam
	<i>Schisto</i> , Barrancos
	<i>Ardosia</i> , Vallongo
	<i>Schisto com Monograptus</i> , Sazes
	— Barrancos
	— Villarinho (Vallongo)
	— Vallongo

Tuffo, Cabo da Roca  
Madeira silicificada, Foz do Sisau-  
dro.

23 amostras de rochas de Cintra.  
19 amostras de rochas do sob solo  
de Lisboa.

### III — PALEONTOLOGIA

#### PALEOPHYTOLOGIA

- |                                     |                                  |
|-------------------------------------|----------------------------------|
| Arthropycus Harlani, Hall.          | Cyatheites arborescens, Goepf    |
| Chondrites Antiquus, Sternb.        | — oreopterides, Goepf            |
| Oldhamia antiqua, Forbes            | Alethopteris pteroides, Geni     |
| — radiata, Forbes                   | Lonchopteris Roehlii, Ander.     |
| Sargassites Hortinenses, Barr.      | — rugosa, Brongt.                |
| Calamites Suckowi, Brongt           | Glossopteris Browniana, Brongt   |
| — Cristii, Brongt                   | Lepidodendron larienium, Sternb  |
| — cannaformis, Schlot.              | — undulatum, Prest               |
| — radiatus, Brongt                  | — crenatum, Sternb               |
| Asterophyllites tenuifolius, Brongt | — aculeatum, Sternb              |
| Calamostachis longifolia, Weiss.    | — rimosum, Sternb                |
| Annularia longifolia, Brongt        | — veltheimianum, Ste-            |
| — radiata, Sternb.                  | — rub                            |
| — sphenophylloides, Zenker          | Sigillaria Sauli, Brongt         |
| Sphenopteris trifoliata, Artis      | — cyclostigma, Goepf             |
| — furcata, Brongt                   | — pachyderma, Brongt             |
| — latifolia, Brongt                 | — elegans, Brongt                |
| Neuropteris heterophylla, Sternb.   | — scutellata, Brongt             |
| — flexuosa, Sternb                  | — Schloteimiana, Brongt          |
| — Losbii, Brongt                    | — alternans, Linde e Hutt        |
| Pecopeteris plumosa, Brongt         | — Cortei, Brongt.                |
| — Miltoni, Brongt                   | — elongata, Brongt               |
| — muricata, Brongt                  | — oculata, Brongt                |
| — Mantelli, Brongt                  | — Brongtiarti, Gein              |
| — pteroides, Brongt                 | Stigmaria flooides, Brongt       |
| — londutides, Brongt                | Trigonocarpus Nöggerathi, Brongt |
| Cyatheites Miltoni, Goepf           | — Dawesii, L. H.                 |

#### PALEOZOOLOGIA

##### Celenterata

- |                                    |                                   |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| Heliolites Murchisoni Edw. et H.   | Acervularia luxurians Ddw. et H.  |
| — interstincta Linn.               | Strombodes typus Edw. et H.       |
| — intricatus Lindstr.              | — diffluens Edw et H.             |
| — megastoma M. Coy                 | Cystiphyllum cylindricum Lonsd.   |
| Plasmopora petaliformis Edw. et H. | Goniophyllum Fletcheri Edw. et H. |
| — secta Edw. et H.                 | Favosites Gothlandica Lam.        |
| Propora tubulata Lonsd.            | — Hisingeri Edw. et H.            |
| Thecia Swindernana Goldf.          | — Bowerbanki Edw. et H.           |
| Palaeocyclos porpita Lin.          | — Forbesti Edw et H.              |
| Strepetelasma corniculum Hal.      | Bolborites mitrales Pander.       |
| Zaphrentis Bohemica Barr.          | Pachypora cristata Edw. et H.     |
| Ptychophyllum patellatum Schloth.  | Alveolites repens Lam.            |
| Favistella interpuncta Quenst.     | — Grayi M'Edw.                    |
| Aulacophyllum mitratum Schloth.    | — Labeckei M'Edw.                 |
| Omphyma Murchisoni Edw et H.       | Cœnites linearis Edw. et H.       |
| — turbinata Lin.                   | — intertextus Edw. et H.          |
| Cyathophyllum articulatum Wahl.    | — labrosus Edw. et H.             |
| — Soveni, Edw e H.                 | Stenopora fibrosa Goldf.          |
| — truncatum, L.                    | Halysites catenularia, L.         |
| Lithostrotion Bohemicum Barr.      | Syringopora serpens Linh.         |

<i>Syringopora fascicularis</i> Goldf.	<i>Monograptus priodon</i> Barr.
— <i>bifurcata</i> Lonsd.	— <i>vomerinus</i> Barr.
<i>Stromatopora typica</i> Rosen.	<i>Rastrites peregrinus</i> Barr.
— <i>discoidea</i> d'Orb.	<i>Cyrtograptus Murchisoni</i> Bronn.
<i>Ciathrodictyon striatellum</i> d'Orb.	— <i>Nilsoni</i> Barr.
<i>Labechia conferta</i> Edw. et H.	<i>Didymograptus geminus</i> His.
<i>Dictyonema flabelliformis</i> Eichw.	— <i>flaccidus</i> Nich.
<i>Monograptus Sdgwickii</i> Portl.	<i>Dicellograptus Morrissi</i> Kopk.
— <i>tenuis</i> Portl.	<i>Dicranograptus Clingani</i> Caar.
— <i>spirallis</i> Geinitz.	<i>Climacograptus scalaris</i> His.
— <i>colonus</i> Barr.	<i>Diplograptus praeistis</i> His.
— <i>turriculatus</i> Barr.	— <i>teretriusculus</i> His.
— <i>Becki</i> Barr.	— <i>foliaceus</i> Murch.
— <i>proteus</i> Barr.	<i>Retiolites Geinitzianus</i> Barr.

**Echinodermata**

<i>Medusites Lindstrami</i> , L.	<i>Scyphocrinus elegans</i> Barr.
<i>Desdimopora alveolaris</i> , Nich.	<i>Cryptocrinus laevis</i> Murch.
<i>Craterina Bohemica</i> , Bast.	<i>Echinospherites infaustus</i> Barr.
<i>Dendrocystites Sedgwickii</i> , Barr.	— <i>flavus</i> Barr.
<i>Hypocrinus hemisphaericus</i> Troost.	— <i>aurantium</i> Eichw.
— <i>monile</i> Eichw.	<i>Echinoencrinus angulosus</i> Pand.
<i>Crotalocrinus rugosus</i> , Miller.	

**Mollusca**I) *Bryozoa*

<i>Fenestella assimilis</i> Lonsd.
— <i>nobilis</i> Barr.
— <i>Lonsdalii</i> d'Orb.
— <i>Milleri</i> Lonsd.
<i>Glauconome disticha</i> Goldf.
<i>Stellipora antheloidea</i> Hall.
<i>Chaetetes lycoperdon</i> Hall.
— <i>ramosa</i> Edw. et H.
— <i>petropolitans</i> Lonsd.
<i>Monticulipora pulchella</i> Edw. et H.
<i>Fistulipora crassa</i> Lonsd.

II) *Brachiopoda*

<i>Lingula pinnaformis</i> Owen.
— <i>Lewisii</i> Sow.
— <i>Symondsii</i> Salter.
<i>Obolus monilifer</i> Linuaron
— <i>Apollinis</i> Eichw.
<i>Discina oblongata</i> Portl.
— <i>rugata</i> Sow.
<i>Crania antiquissima</i> Murch.
<i>Chonetes minor</i> Barr.
— <i>Verneuili</i> Barr.
— <i>embryo</i> Barr.
— <i>striatella</i> Dalm.
<i>Orthis porcata</i> M'Coy.
— <i>calligramma</i> Dalm.
— <i>elegantula</i> Dalm.
— <i>hybrida</i> Sow.
— <i>biloba</i> Dav.
— <i>Lewisii</i> Dav.

<i>Orthis rustica</i> Sow.
— <i>Loveni</i> Lindstr.
— <i>extensa</i> Eichw.
— <i>radians</i> Buch.
— <i>obtusa</i> Pand.
— <i>parva</i> Pand.
— <i>basalis</i> Dalm.
— <i>Romingeri</i> Barr.
— <i>notata</i> Barr.
— <i>redux</i> Barr.
— <i>Gervillei</i> Barr.
— <i>emacerata</i> Hall.
— <i>occidentalis</i> Hall.
— <i>plicatella</i> Hall.
— <i>testudinaria</i> Dalm.
— <i>fissicosta</i> Hall.
— <i>sinuata</i> Hall.
— <i>puncto-striata</i> Hall.
<i>Platystrophia lynch</i> Exw.
<i>Streptorhynchus distortus</i> Barr.
<i>Orthisina plana</i> Pand.
— <i>ascendens</i> Pand.
<i>Strophomena expansa</i> Sow.
— <i>deltoidea</i> Cour.
— <i>corrugatella</i> Dav.
— <i>egyptia</i> His.
— <i>antiquata</i> Sow.
— <i>rhomboidalis</i> Wilck.
— <i>finiculata</i> M'Coy.
— <i>pseudoloricata</i> Barr.
— <i>aquila</i> Barr.
— <i>Stephani</i> Barr.
— <i>Verneuili</i> Barr.
— <i>Bohemica</i> Barr.

- Strophomena* Bonéi Barr.  
 — comitans Barr.  
 — planumbona Hall.  
 — gibbosa Hall.  
 — alternata Hall.  
*Leptæna* segmentum Aug.  
 — transversalis Dalm.  
 — alternata Emmons.  
 — sericea Sow.  
 — transversa Pand.  
 — convexa Pand.  
 — Humboldti Murch.  
 — oblonga Pand.  
 — imbrex Pand.  
 — planoconvexa Hall.  
 — tenuistriata Hall.  
*Porambonites* aquirostris Schoth.  
*Spirifer* plicatellus L.  
 — crispus His.  
 — sulcatus His.  
 — elevatus Dalm.  
 — Schmidtii Lindstr.  
 — tenellus Barr.  
 — viator Barr.  
 — inchoans Barr.  
 — indifferens Barr.  
 — Nerei Barr.  
 — togatus Barr.  
 — secans Barr.  
 — Najadum Barr.  
 — perlamellosus Hait.  
*Cyrtia* exporrecta Dalm.  
*Alhyris* cordata Lindstr.  
*Nucleospira* pisum d'Orb.  
*Merista* Ypsilon Barr.  
 — passer Barr.  
 — Herculea Barr.  
 — levinscula Sow.  
 — tumida Dalm.  
 — didyma Dalm.  
*Retzia* Barrandei Dav.  
 — Salteri Dav.  
 — melonica Barr.  
 — Haidingeri Barr.  
*Rhynchospira* evax Hall.  
*Atrypa* reticularis Lin.  
 — imbricata Sow.  
 — marginalis Dalm.  
 — Berenice Barr.  
 — canaliculata Barr.  
 — Sappho Barr.  
 — obolina Brrr.  
 — hircina Barr.  
 — latisinuata Barr.  
 — Harpia Barr.  
 — linguata Barr.  
 — megera Barr.  
 — Thisbe Barr.  
 — naricula Barr.  
 — Phitomela Barr.  
 — seniorbis Barr.  
 — Thetis Barr.  
 — compressa Sow.
- Atrypa* comata Barr.  
 — obovata Barr.  
 — disparillis Hal.  
*Rhynchonella* cuneata Dalm.  
 — Wilsoni Sow.  
 — borealis Schloth.  
 — nucula Sow.  
 — nucella Dalm.  
 — fanula Barr.  
 — Daphne Barr.  
 — nympha Barr.  
 — nympha Barr., var. pseudolivonica.  
 — nympha Barr., var. emaciata  
 — amathea Barr.  
 — Latona Barr.  
 — Henrici Barr.  
 — pinceps Barr.  
 — Proserpina Barr.  
 — Eucharis Barr.  
 — capax Bill.  
 — dentata Hall.  
 — neglecta Hall.  
 — altiplicata Hall.  
*Stricklandia* lyrata Sow.  
*Eichwaldia* Capewelli Dav.  
*Pentamerus* Knightii Sow.  
 — galeatus Dalm.  
 — linguiferus Sow.  
 — conchydium Brong.  
 — Baschkiricus Murch.  
 — caducus Barr.  
 — acutolobatus Sandb.  
 — optatus Barr.  
 — Sieberi Barr.
- III) *Lamelibranchiata*
- Avicula* migrans Barr.  
 — palliata Barr.  
*Pterinea* mira Barr.  
 — retroflexa Wahl.  
 — planulata Cour.  
 — reticulata His.  
*Modiola* expansa Portl.  
*Cardiola* Bohemica Barr.  
 — alata Barr.  
 — interrupta Barr.  
*Ctenodonta* transversa Portl.  
 — anglica d'Orb.  
 — levata Hall.  
*Lucina* Hisingeri Murch.  
 — prisca His.  
*Lunullicardium* Bohemicum Barr.  
*Præcardium* Bohemicum Barr.  
*Conocardium* Bohemicum Barr., var. longulum.  
 — Bohemicum Barr., var. depressum.  
 — quadrans Barr.  
 — artifex Barr.  
*Grammysia* cingulata His.



Lyonsya normanniana d'Orb.  
 Praelucina lustralis Barr.  
 — ancilla Barr.  
 Tenka Bohemica Barr.  
 Antipleura Bohemica Barr.  
 Dallila resecta Barr.  
 — obtusa Barr.  
 — insignis Barr.  
 — incumbens Barr.  
 Dualina excisa Barr.  
 — socialis Barr.  
 Panenka discreta Barr.  
 Slava Bohemica Barr.  
 Spanila aspirans Barr.

IV) *Gastropoda*

Murchisonia Verneulli Barr.  
 — Lloydii Sow.  
 Bellerophon bilobatus Sow.  
 Trematonatus fortis Barr.  
 Tubina speciosa Barr.  
 — spinosa Barr.  
 Cyrtolites ornatus Conr.  
 Rotella tarda Barr.  
 Cyclomena bilix Conr.  
 — ruperstis Eich.  
 Haloepa concinna M' Coy.  
 Euomphalus discors Sow.  
 — rugosus Sow.  
 — funatus Sow.  
 — quateriatus Schloth.  
 — vortex Eichw.  
 — tubiger Barr.  
 — eximius Barr.  
 Raphistoma elliptica Portl.  
 Eccliomphalus Bucklandi Portl.  
 — subuloides Portl.  
 Acrocilia baliotis Sow.  
 Antodetus calytratus Schrenk.  
 Capulus anguis, var. curta Barr.  
 — anguis, var. longa Barr.  
 — robustus Barr.  
 — elegans Barr.  
 — hercynicus Kayser.  
 — rostratus Barr.  
 — conoides Barr.  
 — mons Barr.  
 Naticella tubicina Barr.  
 — gregarina Barr.  
 Loxonema Beraunensis Barr.

Hercynella Bohemica Barr.  
 — nobilis Barr.  
 Tentaculites elegans Barr.  
 Conulites serpularius Schloth.  
 — Sowerbyi Desfr.  
 — treutonensis Hall.  
 — grandissima Barr.  
 — anomala Barr.  
 — fragilis  
 Theca triangularis Portl.  
 — reversa Salter.  
 Hyolithes elegans Barr.  
 — striatulus Barr.  
 — intermedius Nov.  
 — discors Barr.

V) *Cephalopoda*

Orthoceras duplex Wahl.  
 — centrale His.  
 — littorale Barr.  
 — pleurotomum Barr.  
 — nobile Barr.  
 — pelagicum Barr.  
 — Hornesi Barr.  
 — Bohemicum Barr.  
 — currens Barr.  
 — originale Barr.  
 — dulce Barr.  
 — truncatum Barr.  
 — Murchisoni Barr.  
 — migrans Barr.  
 — pseudocalamiteum Barr.  
 Cyrtoceras quasirectum Barr.  
 — problematicum Barr.  
 — æquale Barr.  
 — fraternum Barr.  
 — aduncum Barr.  
 Phragmoceras perversum Barr.  
 Gyroceras alatum Barr.  
 Ophidioceras simplex Barr.  
 — proximum Barr.  
 Hercoceras mirum Barr.  
 Trochoceras asperum Barr.  
 — Davidsoni Barr.  
 Goniatites fidelis Barr.  
 — ambigena Barr.  
 — plebejus Barr.  
 — tabuloides Barr.  
 — Bohemicum Barr.  
 — verna Barr.

## Arthropoda

1) *Crustacea*  
 Aristozye regina Barr.  
 Ribeiria pholadiformis Barr.  
 Harpes Montgnei Cord.  
 — venulosus Cord.  
 — ungula Sternb.  
 Prætus retroflexus Barr.

Prætus Bohemicus Cord.  
 — vicinus Barr.  
 — elegantulus.  
 Arethusiana Konincki.  
 Lichas palmata Barr.  
 Acidaspis vesiculosa Barr.  
 — Verneulli Barr.  
 — Lenhardi Barr.

- Acidaspis** mira Barr.  
 — Prevosti Barr.  
 — Buchi Barr.  
**Cronus** Beaumonti Barr.  
 — transiens Barr.  
**Encrinus** variolaris Brong.  
**Cybele** verrucosa Dalm.  
**Sphaerescochus** mirus Beyr.  
**Placoparia** Zippei Barr.  
**Eccopotochile** clavigera Beyr.  
**Cheirurus** gibbus Beyr.  
 — Sternbergi Barr.  
 — insignis Beyr.  
**Dalmanites** cristata Dalm  
 — Reussi Barr.  
 — Hausmani Brong.  
 — spinifera Barr.  
 — proeava Barr.  
 — socialis Emm.  
 — atavus Barr.  
**Phacops** Sternbergi Barr.  
 — Bronni Barr.  
 — cephalotes Cord.  
 — fecundus Barr.  
 — breviceps Barr.  
 — intermedius Barr.  
 — Downingiae Murch.  
 — caudatus Brünn.  
 — Brongniarti Portl.  
**Bronteus** Dosmitzeri Barr.  
 — thysanopeltis Barr.  
 — palifer Beyr.  
 — umbellifer Beyr.  
**Ilænus** Buchnardi.  
 — Wahlenberzianus Barr.  
 — Panderi Barr.  
 — Katzeri Barr.  
 — crassicauda Dalm.  
 — insignis Hall.
- Ilænus** Bowmanni Saller.  
**Asaphus** latisegmentatus.  
 — expansus Dalm.  
**Ogygia** Buchi Brong.  
**Calymene** tenera Barr.  
 — Baybi Barr.  
 — diademata Barr.  
 — declinata Cord.  
 — parvula Barr.  
 — Blumenbachi Brong.  
**Ellipsocephalus** Hoffi Schoth.  
**Arionellus** cetecephalus Barr.  
**Conocephalites** striatus Emm.  
 — Sulzeri Zenk.  
**Remopleurides** radians Barr.  
**Cyphuiscus** socialis Saller.  
**Hydrocephalus** carens Barr.  
**Paradoxides** spinosus Barr.  
 — Bohemicus Barr.  
**Olenus** truncatus Ang.  
**Ampix** mammitatus Sars.  
**Trinucleus** Bucklandi Barr.  
 — ornatus Sternu.  
 — Goldfussi Barr.  
 — Reussi Barr.  
 — fimbriatus Murch.  
 — relicornis His.  
**Agnostus** nudus Beyr.  
 — integer Beyr.  
 — rex Barr.  
 — intermedius Tullb.  
 — pisiformis Lin.  
 — punctuosus Ang.  
**Entomis** reniformis Iones.  
**Beyrichia** Bohemica Barr.  
**Primitia** prunella Barr.  
 — M'Coyi Salter.  
**Leperditia** baltica His.

## COLLECÇÃO PORTUGUEZA DE PALEONTOLOGIA

## Silurico inferior

## VEGETAES

## BILOBITES

GEN. *Cruziana*, d'Orb.

*C. furcifera*, D'Orb.  
Loc. Villa Velha de Rodam, Castello  
de Garcia, Cassemes. Ex. 4.

*C. furcifera*, D'Orb. (1 molde)

*C. rugosa*, D'Orb.  
Loc. Salto, Serra de Santa Justa (Val-  
longo), Castello de Penha Garcia.  
Ex. 3.

*C. Beirensis*, Delgado.  
Loc. Penedo de Goes. Ex. 1.

*C. Beirensis*, Delgado (2 moldes).

*Cruziana*. cfr. *Goldfussi*, Rou. (1  
molde).

*C. Saportai*, Delgado.  
Loc. Senhora do Salto (Aguar de  
Souza). Ex. 1.

*C. Hughesi*, Delgado.  
Loc. Serra de Santa Justa. Ex. 1.

*C.? Bagnolensis*, Morière.  
Loc. Penedo de Goes. Ex. 1.

*Cruziana*, sp?  
Loc. Villa Velha de Rodam. Ex. 2.

GEN. *Arthropycus*, Hall.

*A.* cfr. *Harlani*, Hall.  
Loc. Villa Velha de Rodam, Serra da Pena de Goes. Ex. 2.

*A.* cfr. *Harlani*, Hall. (3 moldes).

## ANIMAES

## CŒLEENTERATA

## CLASS. HYDROMEDUSÆ

## ORD. HYDROIDA

## SUB-ORD. GRAPTOLITHIDÆ

## FAM. DICHOGRAPTIDÆ, Lapw.

GEN. **Didymograptus**, M'Coy.*D. Murchisoni*, Back.

Loc. Santa Justa (Vallongo). Ex. 2

## FAM. DIPLOGRAPTIDÆ, Lapw.

GEN. **Diplograptus**, M'Coy*D. pristis*, His.

Loc. Semajorge. Ex. 4.

## ECHINODERMATA

## CLASS. CRINOIDEA

## ORD. ENCRINOIDEA

## SUB-ORD. ARTICULATA

## FAM. ENCRINIDÆ, Röm.

GEN. **Encrinus**, Lamk.*Encrinus*, sp.?

Loc. Bolol (S. Pedro da Cova). Ex. 1.

## ORD. CYSTOIDEA

## GRUP. RHOMBIFERI, Müll.

GEN. **Echinosphærites**, Wahlenbg.*E. Murchisoni*, Vern. e Barr.

Loc. Palheiros (Bussaco), Covello (Vallongo). Ex. 6.

## MOLLUSCA

## CLASS. BRYOZOA

## ORD. GYMNOLEMATA

## SUB-ORD. CYCLOSTOMATA

## FAM. FENESTELLIDÆ, King.

GEN. *Synocladia*, King.

*S. lusitanica*, Sharpe  
Loc. Bussaco. Ex. 1.

*S. hymnoides*, Sh.  
Loc. Bussaco. Ex. 1.

## CLASS. BRACHIOPODA

## ORD. APYGIA

## FAM. STROPHOMENIDÆ, King.

GEN. *Orthis*, Dalm.

*O. Berthoisi*, Ron.  
Loc. Lorêdo (Bussaco), Luso. Ex. 4.

*O. Ribeiroi*, Sh.  
Loc. Cassemes, Palheiros. Ex. 11.

*O. exornata*, Sh.  
Loc. Vinha da Leira Má (Loredo). Ex. 4.

*O. vespertilio*, Sow.  
Loc. Boloi (S. Pedro da Cova). Ex. 1.

*O. Miniensis?* Sh.  
Loc. Vallongo. Ex. 1.

*O. Duriensis*, Sh.  
Loc. Serra de Aguiar de Souza (Vallongo). Ex. 1.

*O. noctilio*, Sh.  
Loc. Serra de Aguiar de Souza, Covello (Vallongo). Ex. 5.

GEN. *Strophomena*, Blainv.

*S. deltoidea*, Conrad.  
Loc. Vinha da Leira Má (Bussaco). Ex. 2.

GEN. *Porambonites*, Pander.

*P. Ribeiroi*, Sh.  
Loc. Sazes. Ex. 1.

## CLASS. LAMELLIBRANCHIATA

## ORD. ASIPHONIDA

## FAM. NUCULIDÆ, Gray.

GEN. *Nucula*, Lamk.

*N. Cix*, Sh.  
Loc. Ribeira do Fragão (Bussaco).  
Ex. 1.

*N. Ribeiroi*, Sh.  
Loc. Bussaco. Ex. 1.

*Nucula*, sp.?  
Loc. Bussaco. Ex. 1.

GEN. **Leda**, Lam.

*L. escosura*, Sh.  
Loc. Porto de Souza (Bussaco). EX. 1.

FAM. TRIGONIDÆ, Lamk.

GEN. **Dolabra**, M'Coy.

*D. lusitanica*, Sh.  
Loc. Palheiros. EX. 2.

## ORD. SIPHONIDA

FAM. PHOLADOMIDÆ, Desh.

GEN. **Sanguinolites**, M'Coy.

*S. pellicoi*, Vern. e Barr.  
Loc. Sazes, Vallongo. EX. 3.

## CLASS. GLOSSOPHORA

ORD. PROSÖBRANCHIA

SUB-ORD. ASPIDOBANCHIA

FAM. PLEUROTOMARIIDÆ, d'Orb.

GEN. **Pleurotomaria**, Defr.

*P. Bussaciensis*, Sh.  
Loc. Cassemes (Bussaco). EX. 1.

FAM. BELLEROPHONTIDÆ, M'Coy.

GEN. **Bellerophon**, Montf.

*B. bilobatus*, Sow.  
Loc. Sazes, Vallongo. EX. 8.

## CLASS. CEPHALOPODA

ORD. TETRABRANCHIATA

SUB-ORD. NAUTILOIDEA

FAM. ORTHOCERATIDÆ

GEN. **Endoceras**, Hall.

*E. Dalmieri?* Barr.  
Loc. Sazes. EX. 6.

GEN. **Orthoceras**, Breyn.

*O. expectans?* Barr.  
Loc. Boloi. EX. 3.

*Orthoceras* sp?  
Loc. S. Pedro da Cova, Vallongo,  
Sazes. EX. 4.

## ARTHROPODA

## CLASS. CRUSTACEA

## ORD. OSTRACODA

## FAM. LEPERDITIDÆ, Jones.

GEN. **Beyrichia**, M'Coy.

*B. simplex*, Jones.  
Loc. Palheiros. Ex. 1.

*B. Bussaciensis*, Jones.  
Loc. Palheiros. Ex. 1.

## ORD. TRILOBITÆ

## FAM. TRINUCLEIDÆ, Barr.

GEN. **Trinucleus**, Lhwyd.

*T. Goldfussi*, Barr.  
Loc. Cassemes. Ex. 2.

GEN. **Dionide**, Barr.

*D. formosa*, Barr.  
Loc. Boloi. Ex. 2.

## FAM. CALYMENIDÆ, Brongt.

GEN. **Calymene**, Brongt.

*C. Tristani*, Brongt.  
Loc. Palheiros, Vallongo. Ex. 8.

*C. Salleri*, Rou.  
Coc. Boloi, Covello (Vallongo). Ex. 8.

GEN. **Homalonotus**, König.

*H. rarus*, Corda.  
Loc. Bussaco. Ex. 2.

## FAM. ASAPHIDÆ, Salter.

GEN. **Ogygia**, Brongt

*O. glabrata*, Salter.  
Loc. Sazes. Ex. 1.

GEN. **Asaphus**, Brongt.

*A. nobilis*, Barr.  
Loc. Boloi. Ex. 5.

GEN. **Illænus**, Dal.

*I. lusitanicus*, Sharpe.  
Loc. Vallongo, Bussaco. Ex. 5.

*I. giguantiens*, Barr.  
Loc. S. Pedro da Cova, Vallongo. Ex. 7.

## FAM. PHACOPIDÆ, Salter.

GEN. **Dalmanites**, Barr.

*D. Vitellarti*, Rou.  
var. *candata*  
Loc. S. Pedro da Cova, Vallongo.  
Ex. 7.

*D. socialis*, Barr.  
Loc. Palheiros. Ex. 1.

*D. Dujardini*, Rou.  
Loc. Portella de Loredo (Bussaco).  
Ex. 3.

FAM. CHEIRURIDÆ, Salter.

GEN. **Placoparia**, Corda.*P. Tournetiensis*, Rou.  
Loc. Vallongo. Ex. 5.

FAM. LICHADÆ, Rou.

GEN. **Lichas**, Dalm.*L. Heberti*, Rou.  
Loc. Aguilar de Souza (Vallongo). Ex. 2.

## Silurico superior

### VEGETAES

GEN. **Palæochorda**, M'Coy*P. major*, M'Coy,  
Loc. Barrancos. Ex. 2.*Palæochorda*, sp ?  
Loc. Barrancos. Ex. 2.*P. minor*, M'Coy.  
Loc. Barrancos. Ex. 1.

### ANIMAES

### CŒLEENTERATA

#### CLASS. HYDROMEDUSÆ

##### ORD. HYDROIDA

##### SUB-ORD. GRAPTOLITHIDÆ

FAM. MONOGRAPTIDÆ, Lapw.

GEN. **Monograptus**, Gein.*M. priodon*, Br.  
Loc. Pé do Vizo, Riba de Baixo (Sazes). Ex. 1.*M. turriculatus*, Barr.  
Loc. Sazes. Ex. 1.*M. aff. crispus*, Lapw.  
Loc. Sazes. Ex. 2.*M. spiralis*, Gein.  
Loc. Sazes. Ex. 1.*M. colonus*, Barr.  
Loc. Sazes. Ex. 1.



GEN. **Rastrites**, Barr.

*R. distans*, Lapw.  
Doc. Sazes? Ex. 1.

## VERMES ?

*Myrianites*, sp ?  
Loc. Barrancos. Ex. 3.

*Phyllodocites*, sp ?  
Loc. Barrancos. Ex. 1.

## MOLLUSCA

## CLASS. LAMELLIBRANCHIATA

## ORD. ASIPHONIDA

## FAM. ARCIDÆ, Lamk.

GEN. **Cardiola**, Brodp.

*C. interrupta*, Sow.  
Loc. Bussaco. Ex. 2.

*Cardiola*, sp ?  
Loc. Bussaco. Ex. 1.

*C. striata*, Sow.  
Loc. Cassemes (Bussaco). Ex. 2.

## Jurassico

(COLLECÇÃO ESTRATIGRAPHICA E PALEONTOLOGICA)

## SYSTEMA LIASSICO

## RHETIANO

**Grés de Silves**

Grés branco fino.  
Loc. Prox. des de Anadia. Ex. 1.

*Schizoneura hoerensis*, Hissig.  
Loc. Raposeira (Mealhada). Ex. 1.

Malm e grés schistoso.  
Loc. Sangalhos. Ex. 1.

## INFRALIASSICO E SINEMURIANO

a) **Camadas de Pereiros**

Gesso.  
Loc. Prox. das Caldas da Rainha.  
Ex. 1.

*Cerithium*, *Cypricardia*, etc., intercalados nos marnes.  
Loc. Pedras Negras (S. Pedro de Muel). Ex. 1.

Outros fosseis intercalados nos marnes.  
Loc. Prox. de Coimbra. Ex. 1.

b) **Camadas de Coimbra**

Calcereo dolomítico.  
Loc. Obidos. Ex. 1.

Calcereo compacto com fosseis.  
Loc. Monte Real. Ex. 1.

Calcereo dolomítico com *Avicula Conimbricæ*.  
Loc. Vaccariça. Ex. 1.

*Ceromya Costæ*, Sharpe.  
Loc. S. Pedro de Muel. Ex. 1.

c) **Camadas de GRYPHEA OBLIQUA**

*Pholadomya Voltzi*, Ag.  
Loc. Quiaios. Ex. 1.

*Gryphæa obliqua*, Goldf.  
Loc. Peniche. Ex. 1.

— em moldes internos  
Loc. Cezimbra. Ex. 1.

*Terebratula punctata*, Sow.  
Loc. Quiaios. Ex. 2.

*Rhynchonella Thalia*, d'Orb.  
Loc. Quiaios. Ex. 3.

*R. tetraedra*, Sow.  
Loc. Thomar. Ex. 3.

## CHARMOUTHIANO

*Belemnites umbilicatus*, Blain.  
Loc. Thomar. Ex. 1.

*B. breviformis*, Vollz.  
Loc. Thomar. Ex. 1.

*Ammonites margaritatus*, Montf.  
Loc. Serra de El-Rei. Ex. 1.

*A. spinatus*, Brug.  
Loc. Serra de El-Rei. Ex. 1.

*A. Loscombi*, Sow.  
Loc. Serra de El-Rei. Ex. 1.

*A. Jamesoni*, Sow.  
Loc. Peniche. Ex. 1.

*Gryphæa cymbium*, Lamk.  
Loc. Thomar. Ex. 1.

*Harpax Parkinsoni*, Bronn.  
Loc. Thomar. Ex. 8.

*Spirifer rostrata*, Schl.  
Loc. Cezimbra. Ex. 1.

*Pecten acuticostatus*, Lamk.  
Loc. Thomar.

*Pholadomya fidicula*, Sow.  
Loc. Thomar. Ex. 1.

*Mytilus cuneatus*, Sow.  
Loc. Thomar. Ex. 1.

*M. Sowerby*, d'Orb.  
Loc. Thomar. Ex. 1.

## TOARCIANO

*Ammonites crassus*, Phill.  
Loc. Peniche. Ex. 1.

*A. bifrons*, Brug.  
Loc. Malgueirão. Ex. 1.

*A. discoides*, Ziet.  
Loc. Murte de. Ex. 1.

*Pinna cuneata*, Pholl.  
Loc. Thomar. Ex. 1.

*Rhynchonella pygmaea*, Dar.  
Loc. Peniche. Ex. 3.

## SYSTEMA OOLITHICO

## BAJOCIANO

*Ammonites polymorphus*, d'Orb.  
Loc. Cabo Mondego. Ex. 1.

*A. Parkinsoni*, Sow.  
Loc. Baleal (Peniche). Ex. 1.

*Posidonomya alpina*, Grass.  
Loc. Serra de El-Rei. Ex. 1.

*Teilleria Meriani*, Oppel.  
Loc. Baleal. Ex. 2.

## BATHONIANO

Oolito grosseiro.  
Loc. Cesareda. Ex. 1.

Calcareo compacto.  
Loc. Serra dos Candieiros, Rio Maior.  
Ex. 1.

*Terebratula maxillata*, Sow.  
Loc. Serra de Bouro. Ex. 1.

*Rhynchonella Hopkinsi*, M'Coy.  
Loc. Serra da Arrabida. Ex. 1.

*Cidaris meandrina*, Ag.  
Loc. Cesareda. Ex. 1.

*Calamophyllia aff. radiata*, E. e H.  
Loc. Serra de Bouro. Ex. 1.

## CALLOVIANO

Calcareo marnoso.  
Loc. Sagres (Algarve). Ex. 1.

*Ammonites macrocephalus*, Schl.  
Loc. Cabo Mondego. Ex. 1.

*A. anceps*, Rein.  
Loc. Cabo Mondego. Ex. 1.

*A. sulciferus*, Oppel.  
Loc. Cabo Mondego. Ex. 1.

*A. bullatus*, d'Orb.  
Loc. Cabo Mondego. Ex. 1.

*Pholadomya Escheri*, Agass.  
Loc. Cesareda. Ex. 1.

*Terebratula dorsoplicata*, Suess.  
Loc. Cesareda. Ex. 2.

*Rhynchonella Beirensis*, Sharpe.  
Loc. Cabo Mondego. Ex. 1.

*R. minuta*. Ex. 2.

## LUSITANIANO

Rim ferruginoso.  
Loc. Abbadia. Ex. 1.

Calcareo compacto.  
Loc. Serra dos Candieiros. Ex. 1.

Linhite e calcareo argiloso.  
Loc. Arredores da Batalha. Ex. 1.

Linhite com vestígios de *Unios*  
intercalados.  
Loc. Cabo Mondego. Ex. 1.

Grés micáceo intercalado na linhite.  
Loc. Arredores da Batalha. Ex. 1.

Calcareo marnoso de agua salobra.  
Loc. Outão. Ex. 1.

Rim de sílex.  
Loc. Troviscaes (Tavira). Ex. 1.

Conglomerado.  
Loc. Outão. Ex. 1.

*Pholadomya hortulana*, Agass.  
Loc. Cesareda. Ex. 1.

*Ceromya excentrica*, Agass.  
Loc. S. Romão (Alcobaça). Ex. 1.

*Arca texta*, Römer.  
Loc. Cazaes (Alcobaça). Ex. 1.

*Trigonia muricata*, Goldf.  
Loc. Alcobaça. Ex. 1.

*T. pseudo-Meriani*, Choffat.  
Loc. Alcobaça. Ex. 1.

*Mytilus suspectinatus*, d'Orb.  
Loc. Cabo Mondego. Ex. 1.

*M. jurensis*, Goldf.  
Loc. Cabo Mondego. Ex. 1.

*Mytilus Struckmanni*, Choffat.  
Loc. Alcobaça. Ex. 1.

*Trichites Saussurei*.  
var. *Consolacionensis*, Chof-  
fat.  
Loc. Forte da Consolação. Ex. 1.

*Cidaris Choffati*, P. de Loriol.  
Loc. Cesareda. Ex. 5.

*C. florigemma*, Ag.  
Loc. Alcobaça. Ex. 3.

*Rhabdocidaris Delgadoi*, P. de  
Loriol.  
Loc. Casal da Serra (Alemquer).  
Ex. 2.

*Diplocidaris verrucosa*, Gauth.  
Loc. Torres Vedras. Ex. 1.

*Pseudocidaris lusitanica*, P. de  
Loriol.  
Loc. Alcobaça. Ex. 3.

*Hemicidaris lusitanica*, P. de Lo-  
riol.  
Loc. Serra da Arrabida. Ex. 2.

*Millericrinus mespiliiformis*, d'Orb.  
Loc. Alcobaça. Ex. 3.

*Delgadoa occidentalis*, Heer.  
Loc. S. Pedro (Serra de Cintra). Ex. 1.

*Otozamites Ribeiroanus*, Heer.  
Loc. Cabo Mondego. Ex. 1.

## PTEROCERIANO

Grés roxo micáceo.  
Loc. Santa Cruz. Ex. 1.

Grés micáceo.  
Loc. Santa Cruz. Ex. 1.

Grés.  
Loc. Santa Cruz. Ex. 1.

*Pterocera oceani*, Br.  
Loc. Cabo Espichel. Ex. 1.

*Nerinea turbiniformes*, Sharpe.  
Loc. Dois Portos (Sobral). Ex. 1.

*Corbula Edwardi*, Sharpe.  
Loc. Lourinhã. Ex. 1.

*Lucina rugosa*.  
Loc. Alhandra. Ex. 1.

*Astarte discus*, Sharpe.  
Loc. Turcifal. Ex. 1.

*Cyrena securiformis*, Sharpe.  
Loc. Lourinhã. Ex. 1.

*Trigonia lusitanica*, Sharpe.  
Loc. Santa Cruz. Ex. 1.

*Mytilus Movissi*, Sharpe.  
Loc. Santa Cruz. Ex. 1.

*Trichites Thurmanni*, Choffat.  
Loc. Ceziubra. Ex. 1.

*Gervillea tetragona*, Roemer.  
Loc. Lourinhã. Ex. 1.

*Perna rugosa*, Sow.  
Loc. Lourinhã. Ex. 1.

*Pseudocidaris spinosa*, P. de Loriol.  
Loc. S. Thiago de Velhos. Ex. 5.

## PORTLANDIANO

*Nerinea sequana*, Thor.  
Loc. Cabo d'Espichel. Ex. 1.

*N. gigas*.  
Loc. Cabo de Espichel. Ex. 1.

*Natica Marcousana*, d'Orb.  
Loc. Cabo d'Espichel. Ex. 1.

## Cretaceo

### SYSTEMA INFRACRETACEO

#### INFRavalanginiANO

*Nerinea infravalanginiensis*, Choffat.  
Loc. Brouco (Bellas). Ex. 1.

*Trigonia caudata*, Agass.  
Loc. Brouco. Ex. 1.

*Cyprina infravalanginiensis*, Choffat.  
Loc. Brouco. Ex. 1.

*Spirocyclina infravalanginiensis*,  
Choffat.  
Loc. Brouco. Ex. 1.

#### VALANGINIANO

*Nerinea Guinchoensis*, Choffat.  
Loc. Barril (Cascaes).

*Trigonia caudata*, Ag.  
Loc. Moinho do Algueirão (Cintra).  
Ex. 1.

*Natica Leviathan*, Pictet e Camp.  
Loc. Forte da Guia (Cascaes). Ex. 1.

Vegetales indeterminados.  
Loc. Valle de Lobos. Ex. 4.

*N. Mexilhoeirensis*, Choffat.  
Loc. Mexilhoeira (Cascaes). Ex. 1.

#### HAUTERIVIANO

*Nautilus pseudo-elegans*, d'Orb.  
Loc. Mexilhoeira. Ex. 1.

*Purpuroidea Wenceslusi*, Choffat.  
Loc. Casal da Camara. Ex. 1.

*Crioceras* sp?  
Loc. Mexilhoeira. Ex. 1.

*Pterocera Ribeiroi*, Choffat.  
Loc. Casal da Camara. Ex. 1.

*Ammonites grasinus*, d'Orb.  
Loc. Mexilhoeira. Ex. 1.

*Pholadomya gigantea*, Sow.  
Loc. Casal da Camara. Ex. 1.

*Trigonia carinata*, Ag.  
Loc. Mexilhoeira. Ex. 1.

*Mytilus Couloni*, Marcou.  
Loc. Mexilhoeira. Ex. 1.

*Janira atava*, Roc.  
Loc. Casal da Camara. Ex. 1.

*Hinnites Renevieri*, P. e C.  
Loc. Mexilhoeira. Ex. 1.

*Spondylus Rømeri*, Desh.  
Loc. Mexilhoeira. Ex. 1.

*Plicatula placunnea*, Lamk.  
Loc. Mexilhoeira. Ex. 3.

*Ostrea Couloni*, d'Orb.  
Loc. Mexilhoeira. Ex. 1.

*O. rectangularis*, Roemer.  
Loc. Mexilhoeira, Ex. 1.

*Rhynchonella multiformis*, Roc.  
Loc. Mexilhoeira. Ex. 1.

*Holcotypus macropygus*, Agass.  
Loc. Mexilhoeira. Ex. 1.

Calcareo das camadas do *Criocer-  
ras lusitanicum*.  
Loc. Mexilhoeira. Ex. 1.

## URGONIANO

Calcareo com grãos de quartzo.  
Loc. Casal da Camara. Ex. 1.

Calcareo composto com *Nerinea*.  
Loc. Brouco. Ex. 1.

Calcareo compacto com vestígios de  
*Requienia*.  
Loc. Casal da Camara. Ex. 1.

Calcareo amarelo.  
Loc. Brouco. Ex. 1.

*Nerinea gigantea*, d'Homb.  
Loc. Forte do Guincho. Ex. 1.

*Natica Munieri*, Choffat.  
Loc. Valle de Figueira (Bellas). Ex. 1.

*N. similimus*, Choffat.  
Loc. Valle de Figueira. Ex. 1.

*Panopæa rostrata*, Math.  
Loc. Valle de Figueira. Ex. 1.

*Requienia* cfr. *ammonia*, Goldf.  
Loc. Valle de Figueira. Ex. 1.

*Trigonia caudata*, Ag.  
Loc. Alqueirão (Cintra). Ex. 1.

*Ostrea tuberculifera*, K. e D.  
Loc. Valle de Figueira. Ex. 3.

## Camadas de Almagem

Grês grosseiro.  
Loc. Valle de Almagem. Ex. 1.

*Tænidium lusitanicum*, Heer.  
Loc. Almagem. Ex. 1.

Vegetaes indeterminados.  
Loc. Bellas. Ex. 7.

## BELLASIANO

### Camadas de ANM. UHLIGI

Concreção no grês da base do  
Bellasião  
Loc. Varzea (Bellas). Ex. 1.

*Ammonites Uhligi*, Choffat.  
Loc. Maria Dias. Ex. 1.

*Tylostoma* cfr. *Tovubia*, Sharpe.  
Loc. Caneças. Ex. 1.

*Glaucônia Kefersteini*, Zeb.  
Loc. Valle de Figueira. Ex. 2.

*G. Renauziana*, d'Orb.  
Loc. Varzea e Sacotes. Ex. 1.

*Panopæa aptiensis*, Coquand.  
Loc. Algueirão (Cintra). Ex. 1.

*Fimbría* cfr. *corrugata*, Sow.  
Loc. Cabreiro. Ex. 1.

*Dosinia inelegans*, Sharpe.  
Loc. Valle de Figueira. Ex. 2.

*Trigonia caudata*, Agass.  
Loc. Caneças. Ex. 1.

*Arca* aff. *Thevestensis*, Coq.  
Loc. Estoril. Ex. 1.

*Janira Morrisi*, Pictet. e Camp.  
Loc. Forte do Guincho. Ex. 2.

*Ostrea Boussingaulti*, Coq.  
Loc. Bellas. Ex. 1.

*Orbitulina conoidea*, Grass.  
Loc. Baforeira (Cascaes). Ex. 1.

### Camadas de POLYC. VERNEULLI

*Polyconites Verneulli*, Coquand.  
Loc. Forte de Junqueiro (Carcavellos). Ex. 1.

*Requienia Lonsdolei*, Sow.  
Loc. Ericeira. Ex. 1.

*Janira quinquecostata*, Sow.  
Loc. Estoril. Ex. 1.

*Orbitulina conoidea*, Gras.  
Loc. Forte do Guincho (Cascaes).

Madeira fossilizada.  
Loc. Valle Covo (Caneças). Ex. 1.

### Camadas de OSTREA PSEUDO-AFRICANA

Tartaruga.  
Loc. Bellas. Ex. 1.

Cythere.  
Loc. Bellas.

*Arca* aff. *moutoniana*, d'Orb.  
Loc. Varzea (Cintra).

*Pinna cretacea*, Schloth.  
Loc. Caneças. Ex. 1.

*Mytilus pseudo-novisi*, Choffat.  
Loc. Bellas. Ex. 1.

*Ostrea pseudo-africana*, Choffat.  
Loc. Caneças. Ex. 1.

## SYSTEMA CRETACEO

### ROTOMAGIANO

*Nautilus Munieri*, Choffat.  
Loc. Alcantara. Ex. 1.

*Ammonites vibrayanus*, d'Orb.  
Loc. Villa Nova de Ourem. Ex. 1.

*Pterocera incerta*, d'Orb.  
Loc. Montemór. Ex. 1.

*Nerinea Olisiponensis*, Sharpe.  
Loc. Alcantara. Ex. 1.

*Tylostoma globosum*, Sharpe.  
Loc. Meirinhos (Pombal). Ex. 1.

*T. Torunbsæ*, Sharpe.  
Loc. Meirinhos. Ex. 1.

*T. ovatum*, Sharpe.  
Loc. Sargento-Mór. Ex. 1.

*Janira æquicostata*, Lamk.  
Loc. Alcantara. Ex. 1.

*Ostrea columba*, Lamk.  
Loc. Alcantara. Ex. 2.

*Hemaster lusitanicus*, P. de Loriol.  
Loc. Alcantara. Ex. 1.

*Alveolina cretacea*, d'Arch.  
Loc. Monsanto. EX. 1.

Calcarea dolomítico amarellado.  
Loc. Faro. EX. 1.

## CARENTONIANO

Calcarea com rins de sílex.  
Loc. Caneças. EX. 1.

*C.* aff. *Boissyi*, d'Orb.  
Loc. Caneças. EX. 1.

*Nerinea nobilis*, Sharpe.  
Loc. Alcantara. EX. 1.

*Sphærulites Sharpei*, Bayle.  
Loc. Monte Servês e Alcantara. EX. 4.

*Cyprina cordata*, Sharpe.  
Loc. Alcantara. EX. 1.

*S. lusitanicus*, Bayle.  
Loc. Alcantara. EX. 1.

*Cardium Olisiponense*, Sharpe.  
Loc. Alcantara. EX. 1.

*Janira inconstans*, Sharpe.  
Loc. Monte Servês. EX. 1.

*Fimbria Sharpei*, Choffat.  
Loc. Alcantara. EX. 1.

*Ostrea Joannæ*, Choffat.  
Loc. Monte Servês. EX. 1.

*Requienia Favrei*, Sharpe.  
Loc. Alcantara. EX. 1.

*O. vesicularis*, Lamk.  
Loc. Alcantara. EX. 1.

*Caprinula Sharpei*, Choffat.  
Loc. Alcantara. EX. 1.

*O.* cfr. *flabellata*, Goldf.  
Loc. Alcantara. EX. 1.

*C. Olisiponensis*, Choffat.  
Loc. Alcantara.

*O. Olisiponensis*, Sharpe.  
Loc. Tunnel do Rocio (Lisboa). EX. 1.

## (Basalto)

## CLASS. GLOSSOPHORA

## ORD. PULMONATA

## SUB-ORD. STYLOMNATOPHORA

## FAM. HELICIDÆ, Keferst.

GEN. *Bullmus*, Brug.

*B. (Plecocheilus?) Ribciroi*, Tourn.  
Loc. Carnaxide. EX. 5.

*B. ? Olisiponensis*, Tourn.  
Loc. Carnaxide. EX. 4.

GEN. *Pupa*, Lamk.

*P. ? lusitanica*, Tourn.  
Loc. Carnaxide. EX. 5.



# Terciario marinho

## ARTHROPODA

### CLASS. CRUSTACEA

#### ORD. CIRRIPIEDIA

#### SUB-ORD. THORACICA

#### FAM. BALANIDÆ, Darwin

#### GEN. **Balanus**, List.

*B. cfr. tintinabulum*, Lin.  
Loc. Porto Brandão. EX. 1.

#### ORD. DECAPODA

#### SUB-ORD. BRACHYURA

#### FAM. CYCLOMETOPA

#### GEN. **Achelous**, de Haan.

*A. Delgadoi*, Fontannes.  
Loc. Avenida da Liberdade (Lisboa). EX. 1.

## MOLLUSCA

### CLASS. GLOSSOPHORA

#### ORD. PROSOBRANCHIA, Cuvier

#### SUB-ORD. ASPIDOBANCHIA, Schweig.

#### GRUP. UMBONINÆ, Adams

#### GEN. **Rotella**, Lam.

*R. subsuturalis*, Tourn.  
Loc. Cacella. EX. 2.

## SUB-ORD. CTENOBRANCHIA

## FAM. TURRITELLIDÆ, Gray

GEN. **Turritella**, Lam.

*T. turris*, Bast.  
Loc. Costa do Rego. Ex. 5.

*T. Gomesi*, Costa.  
Loc. Sacavem. Ex. 2.

*T. cerebralis*, Lamk.  
Loc. Forno do Tijolo. Ex. 4.

*J. Hoernesiana*, Costa.  
Loc. Adiça. Ex. 5.

*T. gradata*, Menke.  
Loc. Fonte Santa. Ex. 2.

## FAM. XENOPHORIDÆ, Deshayes

GEN. **Xenephora**, Fischer

*X. Deshayesi*, Micht.  
Loc. Mutella e Marvilla. Ex. 3.

## FAM. CAPULIDÆ, Cuvier

GEN. **Calyptrea**, Lamk.

*C. Chinensis*, Lin.  
Loc. Cacella. Ex. 2.

## FAM. NATICIDÆ, Forbes

GEN. **Natica**, Lam.

*N. millepunctata*, Lam.  
Loc. Adiça. Ex. 2.

*N. Josephina*, Risso.  
Loc. Cacella, Costa do Rego. Ex. 6.

*N. redempta*, Micht.  
Loc. Adiça. Ex. 2.

## FAM. PYRAMIDELLIDÆ, Gray

GEN. **Eulima**, Risso

*E. subulata*, Don.  
Loc. Adiça. Ex. 1.

## FAM. APORRHAIIDÆ, Philippi

GEN. **Aporrhais**, Da Costa

*A. pes-pelecani*, Phil.  
Loc. Mutella. Ex. 3.

## FAM. STROMBIDÆ, Adams

GEN. **Percorrea**, Crosse

*P. Gervaisii*, Vezian.  
Loc. Marvilla, Mutella. Ex. 4.

## FAM. CASSIDIDÆ, Adams

GEN. **Cassis**, Lam.

*C. Saburon*, Lam.  
Loc. Cacella, Mutella. Ex. 6.

## FAM. DOLIIDÆ, Adams

GEN. **Dolium**, Lam.

*D. aff. denticulatum*, Desh.  
Loc. Marvilla. Ex. 1.

## FAM. TRITONNIDÆ, Adams

GEN. **Ranella**, Lam.

*R. marginata*, Brong.  
Loc. Costa do Rego. Ex. 1.

## FAM. BUCCINIDÆ, Adams

GEN. **Buccinum**, Ad.

*B. conglobatissimum*, Costa.  
Loc. Cacella. Ex. 6.

*B. (Eburno) Brugadinum*, Grat.  
Loc. Cacella. Ex. 1.

*B. prismaticum*, Brocc.  
Loc. Cacella. Ex. 7.

*B. semistriatum*, Brocc.  
Loc. Cacella. Ex. 2.

*B. polygonnum*, Blocc.  
Loc. Cacella. Ex. 8.

*B. mutabile*, Lin.  
Loc. Cacella. Ex. 1.

*B. Rhosthorni*, Past.  
Loc. Costa do Rego. Ex. 1.

*B. coloratum*, Eichw.  
Loc. Adiça. Ex. 1.

## FAM. COLUMBELLIDÆ, Troschel

GEN. **Columbella**, Lam.

*C. curta*, Bell.  
Loc. Cacella. Ex. 2.

*C. nassoides*, Bell.  
Loc. Cacella. Ex. 1.

## FAM. FUSIDÆ, Tryon

GEN. **Fusus**, Lan.

*F. busdigalensis*, Bast.  
Loc. Mutella. Ex. 1.

GEN. **Fasciolaria**, Lam.

*F. Tarbelliana*, Grat.  
Loc. Mutella. Ex. 1.

GEN. **Pyrula**, Lam.

*P. cingulata*, Bronn.  
Loc. Cacella. Ex. 5.

*P. cornuta*, Agass.  
Loc. Alhandra. Ex. 1.

*P. rusticula*, Bast.  
Loc. Adiça, Mutella e Almada. Ex. 5.

## FAM. MURICIDÆ, Tryon

GEN. **Murex**, Lin.

*C. trunculus*, Lin.  
Loc. Mutella. Ex. 1.

FAM. VOLUTIDÆ, Gray  
 GEN. **Marginella**, Lam.

*M. Stephanix*, Costa.  
 Loc. Cacella. Ex. 4.

GEN. **Voluta**, Lin

*V. rarissima*, Lam.  
 Loc. Carnide. Ex. 1.

FAM. OLIVIDÆ, d'Orb  
 GEN. **Oliva**, Brug.

*O. flammulata*, Lam.  
 Loc. Cacella. Ex. 1.

GEN. **Ancillaria**, Lam.

*A. glandiformis*, Lam.  
 Loc. Mutella. Ex. 1.

FAM. CANCELLARIDÆ, Adams  
 GEN. **Cancellaria**, Lam.

*C. Westiana*, Grat.  
 Loc. Cacella. Ex. 3.

FAM. TEREBRIDÆ, Adams  
 GEN. **Terebra**, Lam.

*T. fuscata*, Brocc.  
 Loc. Cacella. Ex. 4.

FAM. CONIDÆ, Adams  
 GEN. **Conus**, Lin.

*C. Dujardini*, Desh.  
 Loc. Cacella. Ex. 4.

*C. Eschewegi*, Costa.  
 Loc. Cacella, Ex. 5.

*C. Broteri*, Costa.  
 Loc. Cacella. Ex. 1.

ORD. OPISTHOBRANCHIA

SUB-ORD. TECTIBRANCHIA

FAM. ACTÆONIDÆ, d'Orb.  
 GEN. **Ringicula**, Desh.

*R. buccinea*, Desh.  
 Loc. Adiça. Ex. 3.

## CLASS. LAMELLIBRANCHIATA

## ORD. ASIPHONIDA

FAM. OSTREIDÆ, Lamk.

GEN. *Ostrea*, Lamk.

*O. gravensis*, Font.  
Loc. Avenida Estephania (Lisboa). Ex. 1.

*O. crassissima*, Lamk.  
Loc. Porto Brandão. Ex. 3.

*O. crassicostata*, Sow.  
Loc. Banatica. Ex. 1.

FAM. ANOMIIDÆ, Gray

GEN. *Anomia*, Lin.

*A. ephippium*, Lin.  
Loc. Sacavem. Ex. 3.

FAM. SPONDYLIDÆ, Gray

GEN. *Spondylus*, Lin.

*S. crassicosta*, Lam.  
Loc. Banatica. Ex. 2.

FAM. PECTINIDÆ, Lamk.

GEN. *Pecten*, Klein.

*P. expansus*, Sow.  
Loc. Banatica. Ex. 2.

*P. dubius*, Brocc.  
Loc. Rego. Ex. 7.

*P. cristatus*, Bronn.  
Loc. Fonte da Pipa. Ex. 1.

*P. substriatus*, d'Orb.  
Loc. Porto Brandão. Ex. 1.

*P. Josslingi*, Smith.  
Loc. Foz da Fonte. Ex. 2.

*P. Costæ*, Font.  
Loc. Campo de Ourique. Ex. 2.

*P. tenuisulcatus*, Sow.  
Loc. Mutella. Ex. 4.

*P. fraterculus*, Sow.  
Loc. Rego. Ex. 6.

*P. Pandoræ*, Desh.  
Loc. Banatica. Ex. 3.

FAM. AVICULA, d'Orb

GEN. *Avicula*, Klein

*A. phalænacea*, Lam.  
Loc. Costa do Picagallo e Forno de Tijolo. Ex. 2.

*A. Tarentina?* Lam.  
Loc. Cacella. Ex. 1.

FAM. ARCIDÆ, Lamk.

GEN. *Arca*, Lin

*A. Fichteli*, Desh.  
Loc. Cacella, Adiça. Ex. 4.

*A. diluvii*, Lam.  
Loc. Forno de Tijollo. Ex. 6.

GEN. **Pectunculinae**

*P. pilosus*, Lin.  
Loc. Cacella, Marvilla, Adiça. Ex. 5.

FAM. TRIGONIIDÆ, Lamk.

GEN. **Trigonia**, Brug.

*T. anatina*, Gmel.  
Loc. Adiça. Ex. 2.

## ORD. SIPHONIDA

FAM. ASTARTIDÆ, Gray

GEN. **Cardita**, Brug.

*C. Jouanetti*, Bast.  
Loc. Adiça, Marvilla. Ex. 6.

FAM. LUCINIDÆ, Desh.

GEN. **Diplodonta**, Brom.

*D. rotundata*, Bast.  
Loc. Adiça. Ex. 1.

## GEN. LUCINA, Brug

*L. multilamellata*? Desh.  
Loc. Mutella. Ex. 2.

*L. borealis*, Lin.  
Loc. Adiça. Ex. 1.

*L. transversa*, Bronn.  
Loc. Mutella. Ex. 2.

*L. columbella*, Lam.  
Loc. Adiça. Ex. 2.

FAM. CARDIIDÆ, Lamk

GEN. **Cardium**, Lin.

*C. fragile*, Brocc.  
Loc. Adiça. Ex. 6.

*C. hians*, Brocc.  
Loc. Mutella. Ex. 2.

*C. latisulcatum*, Sow.  
Loc. Porto Brandão. Ex. 1.

*C. aff. echinatum*, Brug.  
Loc. Cacella. Ex. 2.

*C. discrepans*, Brocc.  
Loc. Marvilla e Mutella. Ex. 1.

FAM. VENERIDÆ, Stoliczka

GEN. **Venus**, Lin.

*V. umbonaria*, Agass.  
Loc. Cacella, Marvilla. Ex. 3.

*V. plicata*, Gmel.  
Loc. Adiça. Ex. 7.

*V. islandicoides*, Lam.  
Loc. Adiça, Rego. Ex. 6.

*V. multilamella*, Lam.  
Loc. Mutella. Ex. 1.

*V. Ribeiroi*, Cotter.  
Loc. Campo de Ourique. Ex. 3.

GEN. **Cytherea**, Lam.

*C. Duboisi*, Aud.  
Loc. Cacella. Ex. 4.

GEN. **Dosinia**, Scopoli

*D. Adansouni*, Phil.  
Loc. Cacella. Ex. 3.

## FAM. TELLINIDÆ, Lamk

GEN. **Tellina**, Lin

*T. cfr. planata*, Lin.  
Loc. Cacella e Mutella.

*T. lacunosa*, Chemn.  
Loc. Pragal, Palmella. Ex. 2.

GEN. **Fragilia**, Desh.

*F. Colteri*, Font.  
Loc. Mutella. Ex. 1.

## FAM. SOLENIDÆ, Lamk

GEN. **Psammosolen**, Risso

*P. strigilatus*, Lin.  
Loc. Cacella. Ex. 1.

*P. courclatus*, Gmel.  
Loc. Adiča, Ex. 5.

GEN. **Solen**, Lin.

*S. vagina*, Lin.  
Loc. Campo Grande. Ex. 1.

## FAM. ANATINIDÆ, Gray

GEN. **Thracia**, Leach.

*T. pubescens*, Pult.  
Loc. Cruz da Pedra. Ex. 1.

GEN. **Panopæa**

*P. Menardi*, Desh.  
Loc. Cacella, Mutella. Ex. 2.

## FAM. MACTRIDÆ, Desh

GEN. **Lutraria**, Lam

*L. latissima*, Desh.  
Loc. Mutella. Ex. 1.

*L. Massoli*, Michaud.  
Loc. Cacella. Ex. 5.

## FAM. GASTROCHÆNIDÆ, Gray

GEN. **Clavagella**, Lam.

*Clavagella* sp?  
Loc. Mutella. Ex. 1.

## FAM. PHOLADIDÆ, Leach

GEN. **Pholas**, Lin.

*P. altior*, Sow.  
Loc. Costa do Picagalho. Ex. 1.

## III. — Gabinete de physica

Sobre este gabinete veja-se o *Annuario* de 1884-1885 pag. 57.

---

## IV. — Laboratorio chimico

1. — Sobre este laboratorio veja-se: *Annuario* de 1878-1879, pag. 45-54, *Annuario* de 1879-1880, pag. 47-57, *Annuario* de 1880-1881, pag. 56-57, *Annuario* de 1881-1882, pag. 83-96, *Annuario* de 1882-1883, pag. 143-162, *Annuario* de 1883-1884, pag. 147-203, *Annuario* de 1884-1885, pag. 58-59, *Annuario* de 1886-1887, pag. 64-65, *Annuario* de 1888-1889.

---

## V. — Jardim Botanico

1. — Sobre este jardim veja-se: *Annuario* de 1877-1878, pag. 29-40, *Annuario* de 1878-1879, pag. 51-56, *Annuario* de 1879-1880, pag. 44-45 e 230, *Annuario* de 1880-1881, pag. 56-57, *Annuario* de 1881-1882, pag. 99-113, *Annuario* de 1882-1883, pag. 136-142, *Annuario* de 1883-1884, pag. 203-247.

---

VI. — Collecções de instrumentos astronomicos,  
geodesicos e topographicos

1. — Veja-se a *Memoria historica* do conselheiro Adriano Machado, já citada, *Annuario* de 1877-1878, pag. 207 e 223, *Annuario* de 1886-1887, pag. 66.

7



## 2.—Relação dos instrumentos adquiridos :

Telemetro de Goulier.

Alidade niveladora de Goulier.

Nivel de bolha independente de Gravel.

Nivel d'Éguall.

Mira fallante.

Prancheta (Tavernier-Gravel).

Regua de calculo de Mannheim.

## VII — Gabinete de Cinematica (Systema Reuleaux)

1.—Sobre este gabinete veja-se : *Anuario* de 1878-1879, pag. 59, *Anuario* de 1881-1882, pag. 115-120, *Anuario* de 1884-1885, pag. 61 e 62 e *Anuario* de 1886-1887, pag. 66-67, *Anuario* de 1888-1889.

## 2.—Relatorio do director do Gabinete.

*Ill.<sup>mo</sup> e Ex.<sup>mo</sup> Sr.* — No meu relatorio apresentado a V. Ex.<sup>a</sup> em 25 de outubro de 1888 informei minuciosamente do estado do Gabinete de Cinematica (systema Reuleaux) a meu cargo. Adquiri depois, pela dotação votada em julho de 1888, como referia n'aquelle relatorio, os cinco modelos que constituem a classe **P** do catalogo de Gustavo Voigt — *Conjugações articuladas* (Gelenkig e Kupplemgen) cuja designação individual e formulas que scientificamente os representam foram publicadas no *Anuario* de 1889-90, paginas 32; e pela dotação votada em julho de 1889, cinco modelos pertencentes á classe **R** — *Cycloides esphericas* (Spharische Cykloiden) — designados na tabella junta.

No corrente anno lectivo, pela dotação de 150\$000 reis votada em julho p. p., vou adquirir mais cinco modelos : dois que completam a classe **R** — *Rotamento conico, axoide com trajectoria d'un ponto do cone cheio rolante em cone óco, rasão 1:2* (Kegelsollung, Axoide mit Punktbolmen, Vollkegel rollt un Hohlkegel, Verhältniss 1:2) — *Rotamento conico, cone, e cone planificado com trajectoria d'un ponto de cone movel, cycloide, rasão 1:3* (Kegelsollung, Kegel und Plankegel, mit Punktbolmen des beweglichen kegels, Cykloide, Verhältniss 1:3) — os dois modelos que constituem a classe **U** — *Guias planas* (Lagenführungen) — e um modelo da classe **N** — *Escapamento de fuso com bas-*

*culo automatico* (Triebstockschaltwerke mit selbstthätiger Auslösung); para o que já fiz a encomenda ao referido constructor de Berlim.

Cumpre-me chamar a attenção de V. Ex.<sup>a</sup> para a urgente necessidade da conservação dos modelos: quasi todos são de construcção delicada e assim sujeitos a deteriorarem-se facilmente, se não forem cuidadosamente limpos e reparados uma vez, pelo menos, cada anno. Bem sei que no quadro do pessoal subalterno da Academia não ha um conservador de instrumentos, falta que mal se comprehende e que quiz reparar pela proposta (14.<sup>a</sup>) que apresentei na sessão ordinaria do conselho superior de instrucção publica de outubro de 1889; mas, posto que fosse approvada, não encontrou ainda ensejo de ser executada. Esperando que a Academia tenha pessoa encartada para este serviço, é indispensavel que V. Ex.<sup>a</sup> auctorise, pela verba dô expediente, a despeza com o serviço de pessoa competente que venha no principio de cada anno lectivo limpar e cuidar dos modelos. Em todo o caso, consignada como fica a necessidade urgente d'esta providencia, a outrem, que não a mim, recahirá a responsabilidade da deterioração dos modelos por negligencia da sua conservação.

E' para mim grato e conveniente consignar aqui que o sr. Ministro do Reino tomou em consideração a minha proposta, approvada pelo Conselho Superior d'Instrucção Publica em sessão ordinaria de outubro de 1889, mandando abonar 250\$000 reis, como subsidio, para a impressão illustrada do catalogo do Gabinete de Cinematica, contendo os necessarios desenvolvimentos historicos e scientificos para auxilio das lições dadas aos alumnos, e para tornar conhecido no nosso paiz o bello systema dos mecanismos de Reuleaux, como a essa directoria foi communicado em officio da direcção geral de instrucção publica de 7 de novembro ultimo.

E informo V. Ex.<sup>a</sup> que estou preparando o trabalho que conto dar á estampa, nos termos indicados, no corrente anno lectivo.—Deus Guarde a V. Ex.<sup>a</sup>—Porto, 31 de outubro de 1890.—Ill.<sup>mo</sup> e Ex.<sup>mo</sup> Sr. Director da Academia Polytechnica do Porto.—O lente e director do Gabinete de Cinematica, J. A. Albuquerque.

3.—Modelos cinematicos adquiridos no anno lectivo anterior.

NUMERAÇÃO		DESIGNAÇÃO DOS MODELOS	FORMULAS
geral	do classe		
<b>B) Cycloides esphericas</b>			
89	1	Cone e cone planificado com trajetoria d'um ponto de cone planificado movel, evolvente, razão 1:3.....	$K^+, K^0$
90	3	Rolamento conico, axoide, com trajetoria d'um ponto do cone cheio movel, razão 1:3.....	$K^+, K^+$
91	4	Rolamento conico, axoide com trajetoria d'um ponto do cone cheio movel, cone ôco fixo, razão 1:3.....	$K^+, K^-$
92	5	Rolamento conico, axoide com trajetoria d'um ponto do cone ôco fixo, razão 1:3.....	$K^+, K^-$
93	6	Rolamento conico, axoide com trajetoria d'um ponto, evolventes esphericas, disco rolante sobre o cone, razão 8:9.....	$K^+, K^0$

VIII.—Gabinete de Construções

Collecção de samblagens de madeira (Schoroeder).

Modelo d'abobada conica (Schoroeder).

Planimetro d'Asmler.

Integrador d'Asmler.

Modelo em madeira do projecto de cobertura da estação de Valença (offerecido pelo snr. Assumpção Ferreira, chefe de secção de via e obras do Caminho de Ferro do Minho).

IX.—Gabinete de Machinas

Modelo de distribuidor de vapor para quatro systems de distribuição (Schroeder).

II

Estadística

# LISTA ALPHABETICA DOS ALUMNOS DA ACADEMIA

indicando a sua filiação  
naturalidade, e as cadeiras em que se matricularam

---

1—Abel Augusto Ribeiro, filho de Julio Antonio Ribeiro, natural de Taboão—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>o</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

2—Abel Corrêa da Costa Florido, filho de Hldefonso José da Costa Florido, natural de Lamego—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> 1.<sup>a</sup> e 2.<sup>o</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

3—Abilio Augusto de Carvalho Areal, filho de Antonio Joaquim Areal, natural de Lobelhe, concelho de Villa Nova da Cerveira—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

4—Accacio Martins Corrêa d'Almeida Carvalhaes, filho de Luiz Corrêa d'Almeida Carvalhaes, natural de Coucieiro (Cever) concelho de St.<sup>a</sup> Martha de Penaguião—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

5—Accursio Gomes da Conceição e Silva, filho de José Agostinho Gomes da Silva, natural de Barrô, concelho d'Agueda—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

6—Adão José d'Oliveira, filho de Joaquim José d'Oliveira, natural do Porto—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup>, (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

7—Adolpho Antonio Baptista da Silva Guerra, filho de Joaquim Baptista da Silva Guerra, natural do Porto—1.<sup>a</sup> e 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

8—Affonso Carlos Barbedo Pinto, filho de Miguel Maria Barbedo Pinto, natural de Sinfães—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

9—Agostinho Fontes Pereira de Mello, filho de Manoel

Fontes Pereira de Mello, natural de Vera Cruz, concelho de Aveiro—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) 40.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 44.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

10—Alberto Alves de Freitas, filho de Sebastião Alves de Freitas, natural do Porto—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 41.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

11—Alberto Augusto Teixeira Barbosa Guerra Leal, filho de Domingos Teixeira Barbosa, natural do Porto—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

12—Alberto Corrêa Pinto de Figueiredo Pimentel, filho de Antonio Carlos Corrêa Pinto de Lemos, natural de S. João de Lobrigos, concelho de St.<sup>a</sup> Marinha de Penaguião—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

13—Alberto Gonçalves, filho de Joaquim Antonio Gonçalves, natural do Porto—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

14—Alberto Jorge Guimarães, filho de Rita Philomena Guimarães, natural de Braga—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

15—Alberto José Baptista, filho de Antonio José Baptista, natural da Regoa—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte).

16—Alberto Luiz da Costa Sol, filho de Miguel Antonio Luiz, natural do Couto de Cocujães, concelho de Oliveira d'Azemeis—10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

17—Alberto Paiva de Moraes, filho de Alvaro de Paiva de Faria Leite Brandão, natural do Porto—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

18—Alberto Teixeira Pinto, filho de Miguel Teixeira Pinto, natural d'Aveiro—2.<sup>a</sup>, 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 48.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

19—Alexandre Carneiro Geraldês da Silva Moreira, filho de José Carneiro Geraldês da Silva Moreira, natural de Marco de Canavezes—4.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

20—Alexandrino Gonçalves e Souza, filho de Pedro Joaquim Gonçalves e Souza, natural de Ruivães, concelho de Vouzella—10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

21—Alfredo Armando de Souza Osorio, filho de Antonio Teixeira Osorio, natural de St.<sup>a</sup> Senhorinha, concelho de Cabeceiras de Basto—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

22—Alfredo Augusto Teixeira Guedes, filho de Luiz Souza Pinto Guedes, natural de Lamas d'Orelhão, concelho de Mirandella—7.<sup>a</sup>, (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

23—Alfredo Baptista Coelho, filho de João Baptista Coe-

lho, natural de St.<sup>o</sup> Thyrsó—4.<sup>a</sup>, (3.<sup>a</sup> parte), 5.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) 9.<sup>a</sup> e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

24—Alfredo Joaquim Cascão, filho de Manoel Joaquim Cascão, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—6.<sup>a</sup>, (1.<sup>a</sup> parte), e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

25—Alfredo Martins Meirelles dos Santos, filho de Zeferrino Martins dos Santos, natural do Porto—7.<sup>a</sup>, (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

26—Alfredo dos Santos Laborim, filho de Francisco dos Santos Laborim, natural do Porto—6.<sup>a</sup>, (1.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

27—Alfredo Vieira, filho de Antonio Joaquim Alvares Vieira, natural de Chaves—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

28—Alvaro Augusto Ferreira Pipa, filho de Joaquim José da Silva Pipa, natural de Braga—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

29—Alvaro d'Azevedo Albuquerque, filho de Joaquim d'Azevedo Souza Vieira da Silva Albuquerque, natural do Porto—4.<sup>a</sup>, (2.<sup>a</sup> parte), 5.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 9.<sup>a</sup> e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

30—Alvaro Ferreira Baltar Monteiro, filho de Antonio Ferreira Monteiro, natural do Porto—6.<sup>a</sup>, (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 14.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

31—Alvaro Martins, filho de Antonio José Gomes Martins, natural do Porto—6.<sup>a</sup>, (4.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

32—Amaden Americo, filho de paes incognitos, natural de Cottas, concelho de Alijó—8.<sup>a</sup>, (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

33—Annibal Fernandes da Costa Pinto, filho de José Leonardo da Costa Pinto, natural de Bornes, concelho de Villa Pouca d'Aguiar—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

34—Anthero Albano Pereira Pinto, filho de José Pereira Pinto dos Santos, natural de Rezende—4.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

35—Antonio d'Andrade Junior, filho de João Antonio d'Andrade, natural do Porto—10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

36—Antonio Augusto Abreu e Silva Lapa, filho de José Antonio Pereira da Silva Lapa, natural de Lamego—6.<sup>a</sup>, (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

37—Antonio Augusto Lopes Cardoso, filho de Antonio da Rocha Cardoso, natural de Favaes, concelho d'Alijó—6.<sup>a</sup>, (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

→ 38—Antonio Augusto da Rocha Peixoto, filho de Antonio Luiz da Rocha Peixoto, natural da Povoação do Varzim—2.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

39—Antonio Balbino Rego, filho de Antonio Balbino Rego, natural de Moncorvo—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

40—Antonio Baptista Gonçalves Dias, filho de José Baptista Gonçalves Dias, natural do Porto—6.<sup>a</sup>, (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

41—Antonio Cardoso da Silva Maia, filho de Antonio Joaquim da Silva Maia, natural do Porto—10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

42—Antonio Carlos Ribeiro d'Aguiar, filho de Joaquim Ribeiro Aguiar, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

43—Antonio Corrêa Ferreira Alves, filho de João José Alves Corrêa, natural de S. Thiago de Riba d'Ul, concelho de Oliveira d'Azemeis—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

44—Antonio Corrêa de Magalhães Ribeiro Junior, filho de Antonio Corrêa de Magalhães Ribeiro, natural do Porto—4.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte), 5.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) 9.<sup>a</sup> e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

45—Antonio Duarte Pereira da Silva, filho de José Duarte Pereira, natural de S. Miguel do Bairro, concelho de Castello de Paiva—13.<sup>a</sup>, 14.<sup>a</sup> e 16.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

46—Antonio Eugénio de Carvalho e Sá, filho de Antonio de Carvalho e Castro Freire Cortez, natural de Moncorvo—1.<sup>a</sup> e 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

47—Antonio Evaristo de Moraes Rocha, filho de João Evaristo Rocha, natural de Chaves—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

48—Antonio Ferreira Villas, filho de Vicente Villas, natural do Porto—2.<sup>a</sup>, 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

49—Antonio Henriques, filho de Manoel Gonçalves de Souza, natural de Castellões, concelho de Macieira de Cambra—6.<sup>a</sup>, (1.<sup>a</sup> parte), e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

50—Antonio Ignacio Vieira de Souza Lereno, filho de Antonio Ignacio Vieira de Souza Lereno, natural de Sellares, concelho de Carrazeda d'Ançães—2.<sup>a</sup>, 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

51—Antonio Joaquim Jordão Guerra, filho de Joaquim José da Guerra, natural d'Elvas—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);



52—Antonio José Gonçalves Porto Junior, filho de Antonio José Gonçalves Porto, natural do Porto—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (4.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

53—Antonio Lobo Leite de Castro, filho de João Lobo de Castro, natural de Lagares, concelho de Felgueiras—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

54—Antonio Lopes Baptista, filho de João Lopes Baptista, natural do Porto—4.<sup>a</sup>, (1.<sup>a</sup>, 2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> parte), 5.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 9.<sup>a</sup> e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

55—Antonio Lopes Petejo, filho de Manuel Lopes Petejo, natural de St.<sup>a</sup> Maria de Tenozo, concelho da Povoia de Varzim—2.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

56—Antonio Luiz Pereira d'Aguiar, filho de Joaquim Esteves Fernandes Pereira, natural de Parada de Cunhos, concelho de Villa Real—11.<sup>a</sup> (4.<sup>a</sup> parte);

57—Antonio Luiz Soares Duarte, filho de Manuel Francisco Duarte, natural do Porto—5.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 12.<sup>a</sup>, 13.<sup>a</sup> e 14.<sup>a</sup>;

58—Antonio Marcollino Baptista Lopes, filho de Antonio Lazaro Baptista Lopes, natural de Belem—4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

59—Antonio Maria Flores Loureiro, filho de José Faustino Loureiro, natural de Villa de Conde—2.<sup>a</sup>, 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

60—Antonio Maria Freitas Monteiro, filho de Joaquim Antonio de Freitas Monteiro, natural de S. Martinho do Arco, concelho de Cabeceiras de Basto—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

61—Antonio Nunes d'Almeida, filho de Frederico Alberto d'Almeida, natural de Pindello, concelho d'Oliveira d'Azemeis—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

62—Antonio Pacheco, filho de Antonio Pereira Rodrigues Pacheco d'Almeida, natural de Godim, concelho da Regoa—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 16.<sup>a</sup> e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

63—Antonio dos Santos Castro, filho de José Maria de Castro, natural do Porto—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 17.<sup>a</sup> e 18.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

64—Antonio da Silva Ferreira Bahia, filho de José da Silva Ferreira, natural do Porto—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

65—Antonio da Silva Pimenta, filho de José da Silva Pimenta, natural do Porto—8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 17.<sup>a</sup>;

66—Antonio Thomaz Ferreira Cardoso, filho de Antonio Joaquim Santhiago, natural de Oliveira d'Azemeis—5.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) 12.<sup>a</sup>, 13.<sup>a</sup> e 14.<sup>a</sup>;

67—Antonio Villela Areias Junior, filho de Antonio Villela Areias, natural da Povoia de Lanhoso—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

68—Antonio Xavier Gomes dos Santos, filho de Antonio Gomes dos Santos, natural de S. Miguel do Souto, concelho de Villa da Feira—5.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 12.<sup>a</sup>, 13.<sup>a</sup> e 14.<sup>a</sup>;

69—Arnaldo Barbosa de Mendonça, filho de Luiz de Barbosa Mendonça, natural de Rande, concelho de Felgueiras—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

70—Arthur Augusto Albuquerque Seabra, filho de Arnaldo Arthur Ferreira de Seabra da Motta e Silva, natural do Porto—5.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 12.<sup>a</sup>, 13.<sup>a</sup> e 14.<sup>a</sup>;

71—Arthur Fernandes Rocha, filho de Fernando Rocha, natural de Angra do Heroismo (Açores)—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

72—Arthur Gomes de Carvalho, filho de Joaquim José Gomes de Carvalho, natural de Villa Real—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

73—Arthur da Graça Craveiro, filho de Manuel de Freitas Craveiro, natural de Villa do Conde—5.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 12.<sup>a</sup>, 13.<sup>a</sup> e 14.<sup>a</sup>;

74—Augusto Cardia Pires, filho de Damião Ferreira Dias Pires, natural de Leça de Palmeira, concelho de Bouças—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

75—Augusto Cesar Bianchi Junior, filho de Augusto Cesar Bianchi, natural do Funchal (Madeira)—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

76—Augusto da Cunha Rolla, filho de José da Cunha Rolla Pereira, natural de S. Christovão de Lordello, concelho de Felgueiras—10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

77—Augusto Jayme d'Almeida Campos, filho de Francisco Joaquim d'Almeida Campos, natural da Covilhã—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

78—Aurelio Augusto Rodrigues Seara, filho de João José Rodrigues Seara, natural de Varziella, concelho de Felgueiras—7.<sup>a</sup> e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

79—Ayres Adolpho Pinto da Silva, filho de Manuel Francisco da Silva Sobrinho, natural de Santa Cruz do Douro, concelho de Baião—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

80—Belmiro Fernandes Antunes Braga, filho de José Fernandes Antunes Braga, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

81—Bernardino Arthur Vergueiro, filho de Julio Augusto Vergueiro, natural de Lamas do Podence, concelho de Macedo de Cavalleiros—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

82—Bernardo Augusto Loureiro Polonio, filho de Augusto Loureiro Polonio, natural de Santár, concelho de Nellas—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

83—Bernardo Augusto da Costa Guimarães, filho de Antonio José da Silva Guimarães, natural de Oliveira d'Azemeis—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

84—Bernardo Paes d'Almeida, filho de José Paes d'Almeida, natural de Vizeu—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

85—Caetano Marques d'Amorim, filho de Manuel Marques Nogueira d'Amorim, natural de Oliveira d'Azemeis—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

86—Camillo José Monteiro, filho de Antonio José Monteiro, natural de Formariz, concelho de Paredes de Coura—11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

87—Candido Ferreira da Silva, filho de Antonio Ferreira da Silva, natural de Aguiar da Beira—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

88—Candido Frias de Sampaio e Mello, filho de Antonio Pinto da Cunha e Souza, natural de S. Braz do Castanheiro, concelho de Carrazeda d'Anciães—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

89—Carlos Alberto Cunha Coelho, filho de Jeronymo Baptista Coelho, natural d'Aveiro—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

90—Carlos Henrique Coisne, filho de Pedro Francisco José Coisne, natural de Steerssverk (França)—5.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

91—Carlos José d'Azevedo Albuquerque, filho de Joaquim d'Azevedo Souza Vieira da Silva Albuquerque, natural do Porto—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

92—Carlos de Sampaio Gonçalves, filho de Joaquim José Gonçalves, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—4.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte), 5.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 9.<sup>a</sup> e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

93—Carlos Zeferino Corrêa Pinto Coelho, filho de José Augusto Corrêa dos Reis, natural de Mondim de Basto—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

94—Casimiro Lopes d'Almeida Vasconcellos, filho de Bernardino de Senna Vasconcellos, natural de St.<sup>a</sup> Eulalia de Besteiros, concelho de Tondella—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

95—Christiano Goulartt Aragão Moraes, filho de Christia-

no Frederico d'Aragão Moraes, natural de Villa Franca de Xira—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

96—Cosme de Campos Callado, filho de Francisco Alves Callado, natural de Benevilla, concelho d'Aviz—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

97—Custodio da Conceição Pinto, filho de Antonio José Barbosa Pinto, natural de S. João do Souto, concelho de Braga—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

98—Custodio José Ribeiro, filho de José Maria Ribeiro, natural de Christello-Covo, concelho de Valença—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup>, 2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 11.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 17.<sup>a</sup>;

99—Daniel Gomes d'Almeida, filho de José Gomes d'Almeida, natural de S. Pedro de Castellões, concelho de Macieira de Cambra—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

100—Diocleciano Dias Peixoto, filho de Joaquim Dias Peixoto, natural de S. Bartholomeu do Rego, concelho de Celorico de Basto—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

101—Diniz Fernandes Neves, filho de Antonio Thomaz das Neves, natural do Porto—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

102—Domingos Antunes d'Azevedo, filho de Manuel Antunes d'Azevedo, natural de Villar de Pinheiro, concelho de Villa do Conde—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

103—Domingos José Gonçalves, filho de Antonio Joaquim Gonçalves, natural de Villa Chã, concelho de Villa Pouca d'Aguiar—10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

104—Eduardo d'Almeida Esteves Figueira, filho de Manuel d'Almeida Esteves, natural de Cannos de Sabugosa, concelho de Tondella—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

105—Eduardo Alves Sampaio da Silveira, filho de José Maria Teixeira de Sampaio, natural do Porto—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

106—Eduardo de Barbosa Mendonça, filho de Luiz de Barbosa Mendonça Pinto de Magalhães Alpoim, natural de Randê, concelho de Felgueiras—1.<sup>a</sup> e 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

107—Eduardo Corrêa da Costa Guimarães, filho de José Joaquim da Costa Guimarães, natural do Porto—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

108—Eduardo Gaspar Santhiago, filho de Antonio Gaspar Santhiago, natural de Segadães, concelho d'Agueda—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

109—Eduardo Teixeira Leite, filho de Antonio Teixeira

Leite, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—5.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 12.<sup>a</sup>, 13.<sup>a</sup>, 14.<sup>a</sup> e 15.<sup>a</sup>;

110—Eleutherio Adolpho Moreira da Fonseca, filho de Manuel Eleutherio Adolpho Moreira da Fonseca, natural do Porto—4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

111—Emilio Corrêa do Amaral, filho de Antonio Corrêa do Amaral, natural de Macieira de Cambra—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

112—Eugenio d'Oliveira Pinto Moreira, filho de Fernando Pinto Moreira, natural do Porto—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

113—Eugenio Raposo Quintanilha, filho de Fulgencio Raposo Quintanilha, natural de Ponta Delgada—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

114—Felix Fernandes de Torres Junior, filho de Felix Fernandes de Torres Sobrinho, natural do Porto—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

115—Fernando de Magalhães de Menezes, filho de Fernando de Magalhães de Menezes, natural de Barcellos—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

116—Flavio Augusto Marinho Paes, filho de Carlos Augusto Paes, natural do Porto—4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup>, 2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> parte), 5.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 9.<sup>a</sup>;

117—Fortunato Mendes d'Oliveira, filho de Albano Mendes d'Oliveira, natural do Porto—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

118—Francisco d'Almeida Pessanha, filho de Francisco Antonio d'Almeida Pessanha, natural da Villa das Vellas (Ilha de S. Jorge)—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

119—Francisco d'Almeida e Souza, filho de Francisco d'Almeida e Souza, natural de S. Salvador, concelho de Vizeu—1.<sup>a</sup>, 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

120—Francisco Alves, filho de José Joaquim Alves, natural de Pernambuco (Brazil)—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

121—Francisco Antonio Lopes, filho de Antonio Joaquim Lopes, natural de Azinhoso, concelho de Mogadouro—4.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte), 5.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 9.<sup>a</sup> e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

122—Francisco Augusto Regalla, filho de Luiz Augusto da Fonseca Regalla, natural d'Aveiro—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

123—Francisco Candido Vieira de Souza Lereno, filho de Antonio Ignacio Vieira de Souza Lereno, natural de Cellares,

concelho de Carrazeda d'Anciães—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

124—Francisco Dias Rosa, filho de Francisco Dias Rosa, natural de Beja—10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

125—Francisco Ferreira dos Santos, filho de Antonio Ferreira dos Santos, natural da Guarda—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

126—Francisco Forbes de Bessa, filho de Joaquim de Bessa Pinto, natural do Porto—8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 9.<sup>a</sup> e 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

127—Francisco José Martins Morgado, filho de José Francisco Martins Morgado, natural da Barca d'Alva, concelho de Figueira do Castello Rodrigo—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

128—Francisco Manuel Cardoso de Menezes, filho de José d'Azevedo Menezes Cardoso Barreto, natural de Villa de Conde—2.<sup>a</sup>, 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

129—Frederico Teixeira d'Azevedo, filho de Boaventura José d'Azevedo, natural de Chaves—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

130—Gonçalo Antonio da Silva Ferreira Sampaio, filho de paes incognitos, natural de S. Gens de Calvos, concelho da Pova de Lanhoso—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

131—Gregorio Correia Pinto Rolla, filho de Simplicio Arlindo Correia Rolla, natural da Regoa—5.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 12.<sup>a</sup>, 13.<sup>a</sup> e 14.<sup>a</sup>;

132—Guilherme das Neves Rodrigues, filho de Antonio das Neves Rodrigues, natural d'Avintes, concelho de Villa Nova de Gaya—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

133—Guilherme Teixeira de Souza e Silva Alcoforado, filho de Duarte Teixeira de Souza e Silva Alcoforado, natural de Guimarães—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

134—Henrique de Barbosa Mendonça, filho de Luiz de Barbosa Mendonça Pinto de Magalhães e Alpoim, natural de Felgueiras—2.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

135—Henrique da Silva Amorim, filho de Francisco da Silva Amorim, natural de Sabolido, concelho de Penafiel—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

136—Herminio Soares da Costa e Souza, filho de João de Souza Soares, natural do Porto—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

137—Ignacio Corrêa Carneiro de Sá, filho de Ignacio

Corrêa Carneiro, natural de Gual, concelho de Barcellos—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte).

138—Ignacio Pinto d'Oliveira, filho de João Pinto de Oliveira, natural de Guimarães—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup>, (3.<sup>a</sup> parte e 10.<sup>a</sup> (4.<sup>a</sup> parte);

139—Jacintho Teixeira de Souza Leite, filho de Gaspar Teixeira Leite, natural de Varzea—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

140—Jayme Heitor da Silva Costa, filho de Carlos Maria da Silva Costa, natural de Lisboa—1.<sup>a</sup> e 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte).

141—Jayme Moniz da Silva Anachorêta, filho de Joaquim José da Silva Anachorêta, natural de Santarem—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte).

142—João Augusto Ferreira, filho de Joanna Augusta Ferreira, natural de S. Verissimo, concelho d'Amarante—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

143—João Baptista Braz Junior, filho de João Baptistá Braz, natural de Tavira—10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

144—João Baptista Guedes Lopes, filho de João Baptista Guedes, natural de Campinas, Brazil—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

145—João Baptista da Silva Guimarães, filho de João Manuel da Silva Guimarães, natural de Braga—6.<sup>a</sup> (4.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (4.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

146—João Barros Dias, filho de Domingos Barros Dias, natural de Pelotas (Brazil)—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

147—João Carlos de Castro Corte Real Machado, filho de João Carlos d'Almeida Machado, natural d'Oliveirinha, concelho d'Aveiro—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

148—João Conceiro, filho de Antonio Conceiro, natural do Porto—2.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

149—João Fernandes da Silva Leão, filho de José Fernandes da Silva Leão, natural de Bissau (Guiné)—2.<sup>a</sup>, 6.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 11.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 17.<sup>a</sup>;

150—João Gomes da Silva Osorio Junior, filho de João Gomes da Silva Osorio, natural de Lamego—11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

151—João Maria Rebello Valente, filho de João Nepomuceno Rebello Valente, natural de Pinheiros, concelho de Oliveira de Azemeis—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

152—João Pinto da Silva, filho de Manoel Pinto da Silva,

natural de Santa Christina, concelho de Mezãozinho — 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

153—João Pinto Soares de Vasconcellos, filho de Antonio Pinto Leite de Vasconcellos, natural de Alpendurada, concelho de Marco de Canavezes—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

154—João Severo Duarte da Silveira, filho de João Evangelista Duarte d'Oliveira, natural do Porto—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

155—Joaquim Antonio d'Oliveira, filho de Manuel Joaquim d'Oliveira, natural d'Angola (Africa Occidental)—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

156—Joaquim Augusto Coelho da Rocha, filho de José Joaquim da Rocha, natural de S. Miguel do Matto, concelho d'Arouca—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

157—Joaquim Caetano, filho de José Caetano, natural do Porto—2.<sup>a</sup>, 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

158—Joaquim Fernandes d'Araujo, filho de Mario Santos das Neves, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—2.<sup>a</sup>, 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

159—Joaquim Forbes de Bessa, filho de Joaquim de Bessa Pinto, natural do Porto—2.<sup>a</sup>, 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 9.<sup>a</sup> e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

→ ( 160—Joaquim Leite de Faria Guimarães Junior, filho de Joaquim Leite de Faria Guimarães, natural do Porto—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

161—Joaquim Lourenço Guedes Junior, filho de Joaquim Lourenço Guedes, natural de Santa Comba, concelho de Santa Martha de Penaguião—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

162—Joaquim da Maia Aguiar, filho de Fernando Cardoso da Maia Aguiar, natural do Fundão—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

163—Joaquim Machado da Cunha Osorio, filho de Balthazar Machado da Cunha Osorio, natural d'Elvas—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

164—Joaquim Maria dos Reis Valle, filho de Francisco Gonçalves dos Reis, natural de Fonte-Boa, concelho d'Espozende—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

165—Joaquim Nunes, filho de Antonio Nunes, natural de Elvas—2.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

166—Joaquim Sherman de Macedo, filho de Joaquim Au-



gusto de Macedo, natural de Thomar—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

167—Joaquim da Silva Ramalho, filho de José da Silva Ramalho, natural de Avelleda, concelho de Villa do Conde — 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

168—Joaquim Simões Peixinho, filho de João Simões Peixinho, natural de Aveiro—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

169—José Alfredo Mendes de Magalhães, filho de Francisco de Paula Mendes de Magalhães, natural de Gandra, concelho de Valença—10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

170—José Amadeu dos Reis Castro Portugal, filho de Antonio Joaquim dos Reis Castro Portugal, natural de Villa Nova de Gaya—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

171—José Antonio de Moraes Sarmiento Junior, filho de José Antonio de Moraes Sarmiento, natural de Chaves—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

172—José Antonio Pereira de Macedo e Vasconcellos, filho de Antonio Martins Pereira de Macedo e Vasconcellos, natural de Pecegueiro, concelho de Sever do Vouga—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

173—José Augusto Arthur, filho de Maria Fernandes Torres, natural da Parada de Pinhão, concelho de Sabrosa—2.<sup>a</sup>, 6.<sup>a</sup>, (1.<sup>a</sup> parte) 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

174—José Augusto da Cunha, filho de Henrique José da Cunha, natural do Porto—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

175—José Augusto Monteiro de Souza Machado, filho de José Monteiro Rebello da Silva, natural de Coimbra—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

176—José Augusto Ribeiro de Carvalho, filho de Augusto Henriques Ribeiro de Carvalho, natural de Gôa (India Portuguesa)—1.<sup>a</sup>, 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

177 José Dordio Rebocho Paes, filho de Antonio Paes Dordio Falcato, natural de Cano, concelho de Souzel—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

178—José Ferreira Lasczas Junior, filho de José Ferreira Lasczas, natural do Porto—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

179—José Francisco da Silva, filho de Justino Francisco da Silva, natural do Porto—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

180—José Gomes da Silva Mattos, filho de Manuel Gomes da Silva Mattos, natural de Braga—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

181—José Joaquim Loureiro Dias, filho de Manuel Joaquim Loureiro Dias, natural de S. Cypriano, concelho de Rezende—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

182—José Joaquim de Moura, filho de Joaquim de Moura Gorgulho, natural de Alvarelha, concelho de Santo Thyrso—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

183—José da Maia Aguiar, filho de Fernando Cardoso da Maia Aguiar, natural do Fundão—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

184—José Maria Ferreira Alves Marinho, filho de João Alves Ferreira, natural de Celorico de Basto—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

185—José Maria Ferreira da Costa, filho de Luiz José Ferreira, natural de Couto de Cocujães, concelho de Oliveira d'Azemeis—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

186—José Maria Mendes Fragoso, filho de Manuel Messias Mendes Fragoso, natural de Coimbra—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte).

187—José Maria Rebello da Silva, filho de José Antonio Rebello da Silva, natural de Braga—6.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 11.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 17.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

188—José Maria Tavares Portugal, filho de Fernando Tavares Portugal, natural de Santarem—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

189—José Mendes de Paiva, filho de Anna Pereira da Silva, natural de Nespereira, concelho de Sinfães—10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

190—José Pacheco, filho de Antonio Pereira Rodrigues Pacheco d'Almeida, natural de S. Godim, concelho da Regoa—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

191—José Procopio Soares Pinto, filho de Pedro Procopio Soares Pinto, natural de Vilar do Paraizo, concelho de Gaya—11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

192—José Rodrigues do Amaral Leal, filho de Jeronymo Rodrigues Leal, natural da Guarda—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

193—José da Rocha Carvalho, filho de Agapito José de Carvalho, natural de Chaves—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

194—José da Silva Ferreira Mendes, filho de José Ferreira Mendes, natural do Porto—7.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

195—José Teixeira e Castro Guimarães, filho de Manuel Teixeira e Castro, natural de Fafe—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte).

196—José Teixeira de Queiroz Botelho e Castro de Vasconcellos, filho de José Teixeira de Queiroz Botelho Pimentel Vasconcellos, natural de Monsão—6.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 11.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 17.<sup>a</sup>;

197—José Veiga, filho de Manuel Francisco Veiga, natural de S. Salvador de Padrões (Hespanha)—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

198—Julio Almeida da Conceição, filho de João José da Conceição, natural de Tumez, concelho de Santarem—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

199—Julio Baptista da Cunha Braga, filho de João Baptista Braga, natural de Braga—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

200—Julio Barbosa Nunes Pereira, filho de Rodrigo Barbosa, natural de Fornos, concelho de Castello de Paiva—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

201—Julio Cesar Madeira, filho de Antonio Bernardo Madeira, natural de Moncorvo—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

202—Julio Cesar da Victoria, filho de Faustino José da Victoria, natural do Porto—10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

203—Julio da Mouta Sardinha, filho de Antonio Sardinha, natural do Porto—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

204—Lucindo Martins d'Oliveira, filho de Francisco Moreira d'Oliveira, natural de S. João da Foz do Souza, concelho de Gondomar—10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

205—Luiz Alves Simões, filho de José Simões, natural de Nytheroy (Brazil)—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

206—Luiz Antonio Teixeira Machado, filho de Francisco Teixeira Machado, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

207—Luiz Augusto Ribeiro Vieira de Castro, filho de Luiz Ribeiro Vieira de Castro, natural de Buenos-Ayres, Republica Argentina—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

208—Luiz Avelino Lopes Guimarães Junior, filho de Luiz Avelino Lopes Guimarães, natural do Porto—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

209—Luiz Candido Corrêa d'Abranches, filho de Francisco Corrêa d'Almeida Oliveira, natural de Covas, concelho de Taboá—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

210—Luiz Couto dos Santos, filho de Miguel Couto dos Santos, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—4.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte),

5.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 9.<sup>a</sup>, 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 16.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

241—Luiz Innocencio Ramos Pereira, filho de José Bento Ramos Pereira, natural do Porto—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

242—Luiz Maria de Mello Vaz de Sampaio, filho de Manuel de Mello Vaz de Sampaio, natural do Porto—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 16.<sup>a</sup> e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

243—Luiz Soares Martins, filho de Domingos Martins Soares, natural de Mocimhata de Seixa, concelho de Oliveira de Azemeis—2.<sup>a</sup>, 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

244—Luiz Soares Pires Patricio, filho de Antonio Pires Patricio, natural de Pinhel—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

245—Luiz Teixeira Beltrão, filho de José Joaquim Teixeira Beltrão, natural de Lisboa—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

246—Manuel Corrêa, filho de Joaquim Manuel Corrêa, natural de Fontes, concelho de Santa Martha de Penaguião—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

247—Manuel Corrêa d'Almeida, filho de Miguel Corrêa d'Almeida, natural de Villa Real—11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

248—Manuel Corrêa de Barros, filho de José Corrêa de Barros, natural de S. Martinho, concelho de Sabroza—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

249—Manuel Cosme, filho de Antonio Cosme, natural de S. Salvador de Burgos, concelho de Arouca—11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte).

220—Manuel Duarte Roque, filho de Francisco Duarte Roque, natural de Casal-Diz, concelho de Penalva do Castello—7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

221—Manoel Fernandes Dias, filho de José Fernandes Dias, natural de Mentostido, concelho de Villa Nova de Cerqueira—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

222—Manuel Gonçalves d'Araujo, filho de Luiz Gonçalves d'Araujo, natural do Porto—13.<sup>a</sup>, 14.<sup>a</sup> e 16.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte);

223—Manuel Gonçalves de Carvalho, natural de Villa Real—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

224—Manuel José Pinto Osorio, filho de Domingos José Pinto Osorio, natural do Porto—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

225—Manuel Lopes Pereira, filho de Thiago Lopes, natural de Favaios, concelho de Alijó—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

226—Manuel de Moraes e Costa, filho de José Maria da

Costa, natural d'Aveiro—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

227—Manuel Procopio Pereira da Silva Caldas, filho de Antonio Pereira da Silva Caldas, natural de Vizella, concelho de Guimarães—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

228—Mario Ferreira Duarte, filho de Julio Cesar Ferreira Duarte, natural de Anadia—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

229—Miguel Moreira da Fonseca Junior, filho de Miguel Moreira da Fonseca, natural de Lamego—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

230—Olympio Arthur d'Oliveira Dias, filho de Antonio Augusto d'Oliveira Dias, natural de Bragança—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

231—Paulo Ferreira, filho de Luiz José Ferreira, natural do Porto—5.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 12.<sup>a</sup>, 13.<sup>a</sup>, 14.<sup>a</sup> e 15.<sup>a</sup>;

232—Pedro Pereira da Silva Guimarães Junior, filho de Pedro Pereira da Silva Guimarães, natural de Guimarães—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

233—Raymundo Ennes Meira, filho de Manuel Joaquim Alves Meira, natural d'Alife, concelho de Vianna do Castello 3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

234—Rita de Moraes Sarmiento, filha de Anselmo Evaristo de Moraes Sarmiento, natural do Porto—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte).

235—Roberto Vieira de Castro, filho de Antonio Manuel Lopes Vieira de Castro, natural do Porto—3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 16.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte);

236—Rodrigo Augusto d'Almeida, filho de Augusto José d'Almeida, natural de Olido, concelho de Idanha-a-Nova—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

237—Rodrigo Julio Marques d'Andrade, filho de João Pedro Martins d'Andrade, natural do Porto—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte);

238—Theodorico Teixeira Pimentel, filho de João Rodrigues Pimentel, natural de Favaios, concelho d'Alijó—4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup>, 2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> parte), 5.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte) e 9.<sup>a</sup>;

239—Tito Jorge da Costa Malta, filho de Tito Jorge de Carvalho Malta, natural do Porto—8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

240—Torquato Ernesto Leite Brochado, filho de Affonso Augusto de Castro Brochado, natural de S. Pedro d'Athayde, concelho d'Amarante—11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

241—Valentim Dias de Castro Azevedo, filho de José Raymundo d'Azevedo, natural do Porto—11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

242—Vasco Baptista Pereira, filho de João Baptista Gomes, natural da Ilha de S. Jorge—1.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 7.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte) e 18.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

243—Vasco Ortigão de Sampaio, filho de José Joaquim d'Oliveira Sampaio, natural do Rio de Janeiro (Brazil); 5.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 12.<sup>a</sup>, 13.<sup>a</sup>, 14.<sup>a</sup> e 15.<sup>a</sup>;

244—Victor Henriques Ayres Móra, filho de Emygdio Antonio Móra, natural de Sardoal—11.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

245—Victor Hugo José Teixeira Machado, filho de Antonio Anastacio Machado, natural de S. Miguel de Lobrigos, concelho de Santa Martha de Penaguião—4.<sup>a</sup> (3.<sup>a</sup> parte), 5.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (2.<sup>a</sup> parte), 9.<sup>a</sup> e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte);

246—Zeferino Xavier Lobo, filho de Mathias Salvador Lobo, natural de Aldoná de Bardez (Gôa)—6.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte), 8.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> parte), e 10.<sup>a</sup> (1.<sup>a</sup> parte).

**Quadro estatístico dos alumnos matriculados em 1889-1890,  
distribuidos segundo a sua naturalidade**

Districtos	CONCELHOS	NUMERO DE ALUMNOS		
		per conc.	per dist.	TOTAL
Aveiro . . . . .	Ageda . . . . .	2	26	57
	Anadia . . . . .	1		
	Arouca . . . . .	2		
	Aveiro . . . . .	7		
	Castello de Paiva . . . . .	2		
	Oliveira d'Azemeis . . . . .	9		
	Sever do Vouga . . . . .	1		
	Varzea . . . . .	1		
Villa da Feira . . . . .	1			
Beja . . . . .	Beja . . . . .	1	1	57
Braga . . . . .	Barcellos . . . . .	2	21	
	Braga . . . . .	7		
	Cabeceiras de Basto . . . . .	2		
	Celorico de Basto . . . . .	2		
	Espozende . . . . .	1		
	Fafe . . . . .	1		
	Guimarães . . . . .	4		
	Povoa de Lanhoso . . . . .	2		
Bragança . . . . .	Bragança . . . . .	1	9	
	Carrazeda d'Anciães . . . . .	3		
	Mirandella . . . . .	1		
	Mogadouro . . . . .	4		
	Moncorvo . . . . .	3		

Districtos	CONCELHOS	NUMERO DE ALUMNOS		
		por conc.	por dist.	TOTAL
<i>Transporte</i> .....				57
C. Branco ....	{ Covilhã . . . . .	1	4	} 109
	{ Fundão . . . . .	2		
	{ Idanha-a-Nova . . . . .	1		
Coimbra .....	{ Coimbra . . . . .	2	3	
	{ Tábua . . . . .	1		
Evora .....	Elvas . . . . .	3	3	
Faro .....	Tavira . . . . .	1	1	
Guarda .....	{ Aguiar da Beira. . . . .	1	5	
	{ Figueira de Castello Rodrigo. . . . .	1		
	{ Guarda . . . . .	2		
	{ Pombal . . . . .	1		
Lisboa.....	{ Belem . . . . .	1	4	
	{ Lisboa. . . . .	2		
	{ Villa Franca de Xira. . . . .	1		
Portalegre....	{ Aviz. . . . .	1	2	
	{ Souzel. . . . .	1		
Porto.....	{ Amarante . . . . .	2	87	
	{ Baião . . . . .	1		
	{ Bouças . . . . .	1		
	{ Felgueiras . . . . .	6		
	{ Gondomar . . . . .	1		
	{ Macieira de Cambra . . . . .	3		
	{ Marco de Canavezes . . . . .	2		
	{ Penafiel . . . . .	1		
	{ Porto . . . . .	58		
	{ Povoia de Varzim . . . . .	2		
	{ Santo Thyrso . . . . .	2		
{ Villa do Conde . . . . .	5			
{ Villa Nova de Gaya . . . . .	3			



Districtos	CONCELHOS	NUMERO DE ALUMNOS		
		por conc.	por dist.	TOTAL
<i>Transporte</i> .....				166
Santarem....	Santarem . . . . .	3	5	59
	Sardoal . . . . .	1		
	Thomar . . . . .	1		
V. do Castello.	Monsão . . . . .	1	7	
	Paredes de Coura . . . . .	1		
	Valença . . . . .	2		
	Vianna do Castello. . . . .	1		
	Villa Nova da Cerveira . . . . .	2		
Villa Real ...	Alijó . . . . .	4	28	
	Chaves . . . . .	5		
	Mezãozinho . . . . .	1		
	Mondim de Basto . . . . .	1		
	Regoa . . . . .	4		
	Sabroza . . . . .	2		
	Santa Martha de Penaguão . . . . .	5		
	Villa Pouca d'Aguiar. . . . .	2		
Villa Real . . . . .	4			
Vizeu .....	Lamego . . . . .	4	46	
	Nellas . . . . .	1		
	Penalva do Castello . . . . .	1		
	Rezende . . . . .	2		
	Sinfães . . . . .	2		
	Taboão . . . . .	1		
	Tondella . . . . .	2		
	Vizeu . . . . .	2		
	Vouzella . . . . .	1		
<i>Ilhas adjacentes</i>				
Angra do H..	Angra do Heroismo . . . . .	1	3	
	S. Jorge. . . . .	1		
	Villa das Vellas . . . . .	1		

Districtos	CONCELHOS	NUMERO DE ALUNNOS		
		por conc.	por dist.	TOTAL
<i>Transporte</i> .....				225
Funchal.....	Funchal . . . . .	1	1	}
Ponta Delgada	Ponta Delgada . . . . .	1	1	
Possessões ultramarinas				
Goa.....	Gôa . . . . .	1	1	
Africa				
Angola.....	Angola. . . . .	1	1	
Guiné.....	Bissau. . . . .	1	1	
Paizes estrangeiros				
Brazil.....	{ Campinas . . . . .	1	13	
	{ Nytheroy. . . . .	1		
	{ Pelotas . . . . .	1		
	{ Pernambuco . . . . .	1		
	{ Rio de Janeiro . . . . .	9		
França.....	Steenwerk . . . . .	1	1	
Hespanha....	S. Salvador de Padrões. . .	1	1	
R. Argentina.	Buenos Ayres. . . . .	1	1	
Total geral.....				246

## Quadro dos exercicios dos cursos no anno lectivo de 1889 a 1890

DESIGNAÇÃO DAS CADEIRAS	ABERTURA	ENCERRAMENTO	Numero total das lições	Duração das lições por dia	Numero de horas semanaes
1.ª—Geometria analytica no plano e no espaço; trigonometria espherica; algebra superior . . . . .	18 d'outubro de 1890	16 de junho de 1891	78	2 h.	6
2.ª—Calculo differencial e integral . . . . .	18 »	16 »	76	2 h.	6
3.ª—Mecanica; cinematica . . . . .	29 »	16 »	75	2 h.	6
4.ª—Geometria descriptiva . . . . .	18 »	16 »	87	2 h.	6
5.ª—Astronomia e geodesia. . . . .	10 »	16 »	92	2 h.	6
6.ª—Physica . . . . .	19 »	16 »	75	2 h.	6
7.ª—Chimica inorganica . . . . .	19 »	16 »	71	2 h.	6
8.ª—Chimica organica e analytica. . . . .	19 »	16 »	71	2 h.	6
9.ª—Mineralogia e geologia. . . . .	19 »	16 »	71	2 h.	6
10.ª—Botanica . . . . .	18 »	16 »	79	2 h.	6
11.ª—Zoologia . . . . .	18 »	16 »	78	2 h.	6
12.ª—Resistencia dos materias . . . . .	18 »	16 »	76	2 h.	6
13.ª—Hydramica e machinas . . . . .	19 »	16 »	75	2 h.	6
14.ª—Construcções . . . . .	19 »	16 »	74	2 h.	6
15.ª—Mondanistica e doclinasia . . . . .	18 »	16 »	79	2 h.	6
16.ª—Economia politica . . . . .	12 de novembro »	16 »	69	2 h.	6
17.ª—Commercio . . . . .	29 d'outubro »	16 »	67	2 h.	6
18.ª—Desenho. . . . .	18 »	16 »	75	2 h.	6

Alumnos classificados no anno lectivo de 1889-1890

### 1.<sup>a</sup> CADEIRA

(Geometria analytica; algebra superior)

*Distincção* com 15 valores: Antonio Ferreira Villas, Antonio Ignacio Vieira de Souza Lerenó e Joaquim Fernandes d'Araujo.

### 2.<sup>a</sup> CADEIRA

(Calculo differencial e integral)

*Accessit* com 17 valores: Manoel José Pinto Osorio.

### 7.<sup>a</sup> CADEIRA

(Chimica inorganica geral)

*Accessit* com 16 valores: Joaquim Fernandes d'Araujo — *distincção* com 15 valores: Antonio Joaquim Vieira de Souza Lerenó.

### 8.<sup>a</sup> CADEIRA

(Chimica organica e biologica, e chimica analytica)

*Accessit* com 16 valores: Antonio d'Andrade Junior e Antonio Cardoso da Silva Maia.

### 11.<sup>a</sup> CADEIRA

(Zoologia)

*Accessit* com 17 valores: Joaquim Arantes Pereira.

---

*Premio instituido pelo Director, para o melhor estudante que tenha concluido as quatro primeiras cadeiras da secção da Mathematica, o qual consiste n'uma collecção do «Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas»*

Francisco Antonio Lopes.

---

*Premio offerecido pelo Ex.<sup>mo</sup> Snr. Ascencio de Freitas Pimentel Soromenho (residente na Australia), para o melhor alumno do curso d'engenharia*

Ricardo Severo da Fonseca Costa  
Casimiro Jeronymo de Faria.

Classificação dos alumnos que terminaram o 3.º anno do curso  
de engenharia no anno lectivo de 1889 a 1890

---

1.ª CLASSE

- 1.º—Francisco Antonio Lopes
- 2.º—Alvaro d'Azevedo Albuquerque
- 3.º—Francisco Pereira Vianna.

2.ª CLASSE

- 1.º—João Luiz Carrilho
- 2.º—Antonio Correia de Magalhães Ribeiro Junior
- 3.º—José Vicente da Silva Senna
- 4.º—Annibal Augusto da Silva.

3.ª CLASSE

- 1.º—Carlos Henrique Coisne
  - 2.º—Carlos Henrique da Silva Maia Pinto
  - 3.º—Manoel Luiz Mendes
  - 4.º—Theotonio Roberto de Moraes Sarmiento
  - 5.º—Carlos de Sampaio Gonçalves
  - 6.º—José Maria Rebello Valente de Carvalho
  - 7.º—Ricardo Candido Furtado d'Antas
  - 8.º—Albano Annibal de Barros
  - 9.º—João Alves Pinto da Cruz
  - 10.º—Alfredo de Souza Azevedo
  - 11.º—Silverio de Castro Abranches Mello Borges
  - 12.º—Arthur Augusto Albuquerque Seabra.
-

**Designação dos alumnos que tiraram carta de capacidade de  
cursos da Academia no anno lectivo de 1889 a 1890**

Nomes e designação do curso	Data em que foi conferida a carta de curso
<i>Engenheiros civis d'obras publicas</i>	
Alvaro Aurelio de Souza Rego	15 de novembro de 1890.
João Chrysostomo d'Oliveira Ramos .....	29 » » » »
Manoel de Souza Machado Junior.....	12 » » » »
→ Ricardo Severo da Fonseca Costa.....	14 » » » »
<i>Engenheiros civis de Minas</i>	
→ Ricardo Severo da Fonseca Costa.....	6 de março de 1891

## Mapa estatístico do movimento da Academia Polytechnica do Porto, no anno lectivo de 1889-1890

CADEIRAS	Alunos matriculados			Perdas d'anno annulações e desistencias	Licenciados	Actos em Julho				Licenciados	Repetições d'acto	Total	Actos em Outubro					Medias dos valores	Alunos candidatos a premios	Alunos classificados				
	Ordinarios	Voluntarios	Total			APPROVAÇÕES			Total				Desistencias	APPROVAÇÕES		Reprovações	Total			Premio pecuniario	Premio honorifico	Accessit	Distinção	Total
						Por unanimidade	Por maioria	Reprovações						Por unanimidade	Por maioria									
1. <sup>a</sup> — Algebra superior, etc. . . . .	21	16	37	14	4	9	5	5	37	4	5	9	7	—	—	2	9	41,5	3	—	—	—	3	3
2. <sup>a</sup> — Calculo differencial, etc. . . . .	8	10	18	2	—	6	5	5	18	—	—	—	—	—	—	—	—	41,6	—	—	—	—	—	—
3. <sup>a</sup> — Mecanica; Cinematica . . . . .	10	22	32	7	4	11	7	3	32	4	3	7	6	—	—	—	7	46,2	—	—	—	—	—	—
4. <sup>a</sup> — Geometria descriptiva (1. <sup>a</sup> parte) . . . . .	13	21	34	10	3	12	4	5	34	3	4	7	3	—	—	1	7	40,5	—	—	—	—	—	—
» » (2. <sup>a</sup> parte) . . . . .	3	8	11	1	—	6	2	2	11	—	2	2	1	—	—	3	1	41,	—	—	—	—	—	—
5. <sup>a</sup> — Astronomia, geodesia e topographia (1. <sup>a</sup> parte) . . . . .	2	7	9	5	—	3	1	—	9	—	—	—	—	—	—	—	—	42,5	—	—	—	—	—	—
Astronomia, geodesia e topographia (2. <sup>a</sup> parte) . . . . .	—	5	5	2	—	—	—	3	5	—	3	3	—	—	—	1	2	40,	—	—	—	—	—	—
6. <sup>a</sup> — Physica (1. <sup>a</sup> parte) . . . . .	14	72	86	16	10	48	—	12	86	10	12	22	8	—	—	14	22	41,8	10	—	—	—	—	—
» (2. <sup>a</sup> parte) . . . . .	—	1	1	—	—	1	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	20,	—	—	—	—	—	—
7. <sup>a</sup> — Chimica inorganica (1. <sup>a</sup> parte) . . . . .	15	79	94	15	1	57	—	21	94	1	18	19	5	8	—	6	19	41,6	9	—	—	—	—	—
» » (2. <sup>a</sup> parte) . . . . .	—	2	2	1	—	1	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	20,	—	—	—	—	—	—
8. <sup>a</sup> — Chimica organica e analytica (1. <sup>a</sup> e 2. <sup>a</sup> parte) . . . . .	19	66	85	40	15	22	—	8	85	15	8	23	2	15	—	6	23	43,4	1	—	—	—	—	—
» » » (2. <sup>a</sup> parte) . . . . .	11	23	34	16	8	6	—	4	34	8	4	12	1	10	—	1	12	44,5	2	—	—	—	—	—
» » » (3. <sup>a</sup> parte) . . . . .	—	1	1	1	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9. <sup>a</sup> — Mineralogia e geologia . . . . .	2	9	11	3	3	5	—	—	11	3	—	3	1	2	—	—	3	42,2	4	—	—	—	—	—
10. <sup>a</sup> — Botanica (1. <sup>a</sup> parte) . . . . .	9	72	81	28	—	52	—	1	81	—	—	—	—	—	—	—	—	42,2	8	—	—	—	—	—
» (2. <sup>a</sup> parte) . . . . .	—	3	3	1	—	2	—	—	3	—	—	—	—	—	—	—	—	47,5	2	—	—	—	—	—
11. <sup>a</sup> — Zoologia (1. <sup>a</sup> parte) . . . . .	15	43	58	24	13	13	—	8	58	—	—	—	3	10	—	6	—	43,	4	—	—	—	—	—
» (2. <sup>a</sup> parte) . . . . .	—	5	5	—	—	5	—	—	5	—	—	—	—	—	—	—	—	45,2	4	—	—	—	—	—
12. <sup>a</sup> — Resistencia de materiaes . . . . .	4	2	6	3	—	1	—	2	6	—	2	2	2	—	—	—	2	40,	—	—	—	—	—	—
13. <sup>a</sup> — Hydraulica e machinas . . . . .	7	5	12	2	—	8	—	—	12	—	—	—	—	—	—	—	—	43,3	—	—	—	—	—	—
14. <sup>a</sup> — Construcções . . . . .	6	6	12	2	—	7	—	1	12	—	1	4	1	—	—	—	1	44,3	4	—	—	—	—	—
15. <sup>a</sup> — Montanistica e docimasia . . . . .	5	2	7	3	—	4	—	—	7	—	—	—	—	—	—	—	—	44,	3	—	—	—	—	—
16. <sup>a</sup> — Economia politica, etc. (1. <sup>a</sup> parte) . . . . .	3	19	22	3	—	13	—	1	22	—	1	4	1	—	—	—	1	40,	—	—	—	—	—	—
» » (2. <sup>a</sup> parte) . . . . .	—	7	7	1	—	6	—	—	7	—	—	—	—	—	—	—	—	42,	—	—	—	—	—	—
17. <sup>a</sup> — Commercio . . . . .	—	5	5	3	—	2	—	—	5	—	—	—	—	—	—	—	—	43,	4	—	—	—	—	—
18. <sup>a</sup> — Desenho . . . . .	32	37	69	13	—	56	—	—	69	—	—	—	—	—	—	—	—	42,	5	—	—	—	—	—

747

356 33 81  
389

45-5-39  
50

III

Legislação e factos academicos



## Decreto de 5 de abril de 1890

### Creando o ministerio de instrucção publica e bellas artes

---

Attendendo ao que me representaram os ministros e secretarios d'estado de todas as repartições: hei por bem decretar o seguinte:

Artigo 1.º É creado o ministerio da instrucção publica e bellas artes.

Art. 2.º O governo proporá opportunamente ás camaras legislativas as providencias necessarias para a organisação do serviço d'este ministerio.

§ 1.º Enquanto estas providencias não forem legisladas, a actual direcção geral de instrucção publica ficará constituindo a nova secretaria d'estado.

§ 2.º Os empregados menores, que actualmente servem na mesma direcção geral, passam para a nova secretaria, ficando reduzido n'esta conformidade o numero dos empregados menores da secretaria d'estado dos negocios do reino.

Art. 3.º O governo dará conta ás côrtes da execução d'este decreto.

Art. 4.º Fica revogada a legislação em contrario.

O presidente do conselho de ministros, ministro e secretario d'estado dos negocios do reino, e interino dos da

guerra, e os ministros e secretarios d'estado das outras repartições assim o tenham entendido e façam executar. Paço, em 5 de abril de 1890. — REI. — *Antonio de Serpa Pimentel* — *Lopo Vaz de Sampaio e Mello* — *João Ferreira Franco Pinto Castello Branco* — *João Marcellino Arroyo* — *Ernesto Rodolpho Hintze Ribeiro* — *Frederico de Gusmão Correia Arouca*.

(D. do Gov., n.º 76, de 7 de abril de 1890.)

## DECRETO DE 10 DE SETEMBRO DE 1890

### Approvando o regulamento do Conselho superior de instrução publica

Usando da auctorisação concedida pelo n.º 3.º do artigo 1.º da carta de lei de 7 de agosto ultimo: hei por bem approvar a reorganisação do Conselho superior de instrução publica, que faz parte d'este decreto e baixa assignada pelo ministro e secretario d'estado dos negocios de instrução publica e bellas artes.

Os ministros e secretarios d'estado dos negocios da fazenda e da instrução publica e bellas artes, assim o tenham entendido e façam executar.

Paço, em 10 de setembro de 1890. — REI. — *João Ferreira Franco Pinto Castello Branco* — *João Marcellino Arroyo*.

### Reorganisação do Conselho superior de instrução publica

Artigo 1.º Junto ao ministerio da instrução publica e bellas artes funciona um corpo consultivo que se denomina Conselho superior de instrução publica e bellas artes. O Conselho constitue-se com duas secções, uma de nomeação regia, outra de eleição.

**Art. 2.º** A secção de nomeação regia ou secção permanente compõe-se de dezoito vogaes habilitados para entenderem nos negocios do ensino dependentes do ministerio da instrucção publica e bellas artes, e escolhidos:

1.º D'entre professores effectivos, substitutos ou jubilados;

2.º D'entre individuos que hajam exercido com distincta notoriedade funcções administrativas adstrictas a este ministerio;

3.º D'entre individuos de merito relevante scientifico, litterario ou artistico.

§ unico. A nomeação attenderá, quanto possivel, á necessidade de se acharem devidamente representados na secção permanente todos os interesses dos diversos ramos de estudos subordinados ao ministerio de instrucção publica e bellas artes.

**Art. 3.º** A secção electiva compõe-se do modo seguinte:

5 delegados da universidade, cada um eleito pelo conselho de cada Faculdade d'entre os lentes proprietarios e substitutos do seu quadro:

2 delegados das escholas medico-cirurgicas de Lisboa e Porto, cada um eleito, d'entre os lentes proprietarios e substitutos de cada eschola, pelo conselho escholar:

1 delegado da eschola polytechnica, eleito d'entre os lentes proprietarios e substitutos effectivos da eschola pelo conselho d'este estabelecimento:

1 delegado da academia polytechnica, eleito d'entre os lentes proprietarios e substitutos da academia pelo conselho academico:

1 delegado do curso superior de letras, eleito d'entre os lentes do curso pelo conselho d'este instituto:

1 delegado do curso de bibliothecario archivista, eleito d'entre os professores da 3.ª, 6.ª e 7.ª disciplina pelos mesmos professores:

1 delegado do real observatorio astronomico, eleito d'entre os astronomicos de 1.ª classe pelo conselho do observatorio:

2 delegados dos institutos industriaes e commerciaes, cada um eleito, d'entre todos os lentes e professores proprietarios de cada instituto, pelo conselho escholar:

2 delegados das academias de bellas artes, cada um eleito, d'entre os professores proprietarios de cada academia, pelo conselho academico:

1 delegado do conservatorio, eleito d'entre os professores de 1.<sup>a</sup> classe do conservatorio por todos os professores que formam o conselho d'esta eschola:

6 delegados da instrucção secundaria official, sendo: dois de cada circumscripção, um de letras outro de sciencias, eleitos—um d'entre os professores e aggregados do respectivo lyceu central—outro d'entre os demais professores da mesma circumscripção—por todos os professores e aggregados que ella comprehende:

2 delegados das escholas industriaes e de desenho industrial, cada um eleito d'entre os professores effectivos das escholas de cada circumscripção por todos os professores d'estas escholas:

4 delegado do ensino primario normal, eleito d'entre os professores effectivos das escholas normaes pelos referidos professores:

2 delegados da instrucção primaria official, um eleito pelos inspectores das seis primeiras circumscripções, outro eleito pelos inspectores das restantes, d'entre os professores subordinados á sua inspecção:

2 delegados dos collegios e escholas de ensino livre, um eleito pelos directores dos collegios e professores d'este ensino em Lisboa, outro eleito pelos directores dos collegios e professores do mesmo ensino na cidade do Porto:

4 delegado do ensino livre de bellas artes, designado pelo ministro.

Art. 4.<sup>o</sup> O secretario geral e os directores geraes do ministerio da instrucção publica e bellas artes assistem ás sessões do Conselho e da secção permanente, usam da palavra para ministrar esclarecimentos ou tomar parte nas discussões, mas só votam se são vogaes.

Art. 5.<sup>o</sup> Os vogaes electivos exercem as suas funcções por quatro annos, mas podem ser reeleitos. O mesmo se entende, quanto á duração das funcções, a respeito do delegado de escolha do ministro.

Art. 6.<sup>o</sup> O ministro e secretario d'estado dos negocios da instrucção publica e bellas artes é presidente nato do

Conselho. Ha um vice-presidente, que é nomeado por decreto real d'entre os vogaes da secção permanente.

Art. 7.º O Conselho superior de instrucção publica e bellas artes funciona, de dois em dois annos, em sessão ordinaria que dura desde 1 até 20 de agosto, mas pôde ser prorogada em caso de urgente necessidade até ao dia 23 d'este mez.

§ 1.º O ministro convoca o Conselho fóra do periodo acima fixado quando assim entende preciso por acto seu ou proposta da secção permanente.

§ 2.º A secção permanente funciona em sessão ordinaria uma vez por semana, e extraordinariamente todas as vezes que o presidente a convoca.

Art. 8.º O Conselho divide-se em commissões conforme é exigido pela natureza dos negocios sobre que ha de consultar.

§ unico. A designação das commissões e dos vogaes para cada uma pertence ao presidente, e observa a regra de que devem compol-as os vogaes que forem mais competentes. O mesmo vogal pôde pertencer a diversas commissões.

Art. 9.º A secção permanente reparte-se nas seguintes sub-secções :

1.ª De instrucção primaria ;

2.ª De instrucção secundaria e superior ;

3.ª De bellas artes e ensino industrial e profissional.

§ unico. O disposto no § unico do artigo 8.º, quanto aos vogaes das commissões, é applicavel aos vogaes das sub-secções.

Art. 10.º O vice-presidente do Conselho pôde presidir a qualquer commissão, e é presidente nato de todas as sub-secções.

Art. 11.º Os trabalhos de secretaria do Conselho estão a cargo de um chefe de repartição, em exercicio ou aposentado, do ministerio de instrucção publica e bellas artes, e de um amanuense escolhido de entre individuos que hajam obtido approvação em concurso para logar da mesma categoria no mencionado ministerio. O chefe de repartição de que trata este artigo é o secretario do Conselho.

**Art. 12.º Incumbe ao Conselho :**

1.º Propor quaesquer alterações, additamentos ou eliminações que entenda necessarios nos programmas de instrucção primaria, secundaria, e das eschololas industriaes e de desenho, ou redigir os mesmos programmas, se assim lhe for ordenado ;

2.º Propor quaesquer aperfeiçoamentos que julgue convenientes nos programmas de todos os mais ramos de ensino dependentes do ministerio de instrucção publica e bellas artes ;

3.º Consultar por iniciativa sua, ou de ordem superior, sobre a exclusão ou substituição de qualquer livro que não deva servir ás aulas de instrucção superior e industrial ;

4.º Julgar ácerca dos livros que não devam ser adoptados nas aulas de instrucção primaria e secundaria, por não possuirem merito scientifico, litterario ou pedagogico, ou carecerem de relação com o respectivo programma ;

5.º Propor quaesquer providencias que tenha por vantajosas sobre methodos de ensino, systemas de exames e provas, e tambem sobre habilitações para admissão ao magisterio ;

6.º Consultar ácerca das propostas apresentadas pelos vogaes da secção electiva, generalizando a especialidade sobre que versam, se assim o requerer a vantagem da instrucção.

7.º Dar parecer ácerca de todos os negocios relativos ao ensino sobre que fôr consultado pelo ministro ou em que haja de ser ouvido na conformidade das leis e regulamento.

§ unico. O vice-presidente do Conselho remette ao ministro da instrucção publica e bellas artes copia das actas das sessões e junctamente os pareceres e propostas submettidos á apreciação d'este corpo consultivo.

Tambem redige o relatorio dos trabalhos de cada sessão ordinaria, o qual deve ser publicado na folha official e distribuido ás camaras legislativas.

**Art. 13.º** A cada um dos vogaes da secção electiva incumbe :

1.º Enviar ao vice-presidente do Conselho um relato-

rio sobre o estado do ensino na Faculdade, instituto, aula ou circumscripção de que é representante;

2.º Remetter ao mesmo vice-presidente as propostas em que se contem quaesquer providencias endereçadas ao melhoramento e progresso do ensino na Faculdade, instituto, aula ou circumscripção de que é delegado;

3.º Prestar os esclarecimentos precisos para a discussão das mencionadas propostas e tomar parte nos trabalhos do Conselho.

§ 1.º Os relatorios de que tracta o n.º 1.º d'este artigo, se forem relativos ao ensino em Faculdades, ou em institutos com mais de um professor, acompanham-se dos relatorios parciaes redigidos pelos differentes professores, em exercicio, do quadro ou circumscripção em que o delegado se acha incluído. Estes documentos servem de base ao relatório do delegado.

§ 2.º Cada um dos delegados da instrução secundaria relata o estado do ensino na secção a que pertence.

§ 3.º As propostas a que se refere o n.º 1.º d'este artigo pôdem ser:

1.º De iniciativa de qualquer vogal dos conselhos escholares;

2.º De iniciativa dos delegados;

§ 4.º Nenhuma proposta concernente a estabelecimentos de ensino em que ha corporação escholar será remettida ao vice-presidente do conselho superior sem haver sido apresentada ao voto da mesma corporação. A rejeição não impede que a proposta recusada seja submettida ao julgamento do Conselho superior. A approvação ou rejeição constará sempre de declaração escripta.

§ 5.º O vice-presidente do Conselho manda imprimir todas as propostas para serem distribuidas pelos vogaes antes do dia da abertura.

Art. 14.º Á secção permanente incumbe:

Propor ao ministro os melhoramentos, providencias e reformas de natureza legislativa ou executiva que julgue convenientes ás necessidades e progressos dos estudos, e bem assim á administração litteraria, economica e disciplinar em todos os ramos de instrução subordinados ao ministerio da instrução publica e bellas artes.

§ 1.º A secção permanente deve ser ouvida:

1.º Sobre quaesquer projectos de regulamentos que se relacionem com a instrucção;

2.º Sobre fundação de estabelecimentos de ensino, criação, transformação ou desdobraimento de cadeiras;

3.º Sobre propinas de matriculas, exames, diplomas ou cartas;

4.º Sobre livros de texto e leitura que devam ser prohibidos nas aulas publicas ou particulares, por falta de conformidade com as leis do reino e a moral;

5.º Sobre concursos para o magisterio, se occorrer duvida ou existir protesto contra a legalidade dos respectivos processos;

6.º Sobre a applicação a professores das penas de suspensão, transferencia e demissão;

7.º Sobre quaesquer recursos interpostos pelos estudantes interessados das sentenças ou decisões dos conselhos escolares que os condemnaram nas penas de prohibição de exame ou expulsão;

8.º Sobre processos de augmento do terço por diurnidade de serviço a lentes ou professores, quanto ao direito ao terço;

9.º Sobre conflictos de jurisdicção e competencia entre quaesquer empregados de instrucção publica;

10.º Sobre a inspecção e fiscalisação de todos os estabelecimentos de ensino publico e particular;

11.º Sobre todos os negocios submettidos ao seu exame por disposições legislativas ou regulamentares.

§ 2.º A secção permanente póde ser ouvida:

1.º Sobre quaesquer propostas de lei que o ministro da instrucção publica e bellas artes haja de apresentar ao corpo legislativo.

2.º Sobre a intelligencia e applicação de leis que mais ou menos directamente se retirem á instrucção;

3.º Sobre quaesquer questões de ensino, administração litteraria ou scientifica e disciplina escolar, que o ministro commetta ao seu exame.

§ 3.º A secção permanente só é ouvida sobre propostas já votadas pelo Conselho e cujo objecto se ache comprehendido em qualquer dos numeros do § 1.º do pre-



sente artigo, se as mesmas propostas não houverem obtido na votação do Conselho metade e mais um do numero total dos votos d'esta secção.

Art. 15.º Os vogaes da secção electiva vencem nas sessões ordinarias ou extraordinarias, o subsidio de 2\$000 réis diarios que accumulam com quaesquer vencimentos a que tenham direito (carta de lei de 23 de maio de 1884).

§ 4.º O mesmo se entende a respeito do delegado a que se refere o § unico do artigo 3.º

§ 2.º Os vogaes que residirem fóra de Lisboa são indemnizados das despesas de jornada (citada lei).

§ 3.º A despesa com a secção electiva será descripta annualmente por metade nos orçamentos, fazendo-se no anno da reunião a transferencia de verba, em conformidade do regulamento geral de contabilidade publica, necessaria para integral pagamento do subsidio e indemnisação das despesas de jornada).

Art. 16.º Os vogaes da secção permanente que forem professores officiaes fóra da capital, vencem a gratificação mensal de 4\$5000 réis (carta de lei de 14 de agosto de 1889); os restantes vencem a gratificação mensal de réis 30\$000 (lei de 23 de maio cit.). O vogal vice-presidente recebe a mais, n'esta qualidade, uma gratificação mensal na razão de 200\$000 réis annuaes. As gratificações accumulam-se com os vencimentos a que os vogaes tenham direito por qualquer emprego dentro ou fóra de Lisboa (lei de 23 de maio citada).

Art. 17.º As faltas não justificadas sujeitam a desconto proporcional a gratificação ou fazem perder o direito ao subsidio relativo aos dias em que occorrem: a todos os vogaes se contam, para todos os effeitos, como faltas ao serviço nos estabelecimentos dependentes do ministerio da instrucção publica e bellas artes, a que elles pertencam.

Art. 18.º (transitorio). A primeira sessão ordinaria do Conselho terá principio no 1.º de agosto do proximo futuro anno.

Art. 19.º (transitorio)\*. O vice-presidente e os outros vogaes da actual secção permanente transitam na mesma categoria para a secção permanente do Conselho superior de instrucção publica e bellas artes.

Art. 20.º O governo fará os regulamentos necessarios para a execução d'este decreto.

Art. 21.º Fica por esta fórma reorganizado o Conselho superior de instrucção publica, e revogada a legislação em contrario.

Secretaria d'estado dos negocios da instrucção publica e bellas artes, aos 10 de setembro de 1890.—*João Marcellino Arroyo.*

(D. do Gov., n.º 215, de 22 de setembro de 1890.)

## DECRETO DE 25 DE SETEMBRO DE 1890

### Approvando o regulamento do Conselho superior de instrucção publica e bellas artes

Na conformidade do disposto no artigo vinte do decreto de 10 do corrente mez, que organisou o conselho superior de instrucção publica e bellas artes: hei por bem approvar o regulamento do mesmo conselho, que baixa assignado pelo ministro e secretario d'estado dos negocios de instrucção publica e bellas artes.

O mesmo ministro e secretario d'estado assim o tenha entendido e faça executar. Paço, em 25 de setembro de 1890.—REI.—*João Marcellino Arroyo.*

### Regulamento do conselho superior de instrucção publica e bellas artes

#### TITULO I

#### Da organização do conselho

#### CAPITULO I

#### Das secções do conselho

Artigo 1.º O conselho superior de instrucção publica e bellas artes é um corpo consultivo que funciona jun-

to do ministerio da instrucção publica e bellas artes. Constitue-se com duas secções, uma de nomeação regia, outra de eleição.

Art. 2.º A secção da nomeação regia ou secção permanente compõe-se de dezoito vogaes habilitados para entenderem nos negocios do ensino dependentes do ministerio da instrucção publica e bellas artes, e escolhidos:

1.º D'entre professores effectivos, substitutos ou jubilados;

2.º D'entre individuos que hajam exercido com distincta notoriedade funcções administrativas adstrictas a este ministerio;

3.º D'entre individuos de merito relevante scientifico, litterario ou artistico.

§ unico. A nomeação attenderá, quanto possivel, á necessidade de se acharem devidamente representados na secção permanente todos os interesses dos diversos ramos de estudos subordinados ao ministerio da instrucção publica e bellas artes.

Art. 3.º A secção electiva compõe-se do modo seguinte:

5 delegados da universidade, cada um eleito, pelo conselho de cada faculdade, d'entre os lentes proprietarios e substitutos do seu quadro;

2 delegados das escolas medico-cirurgicas de Lisboa e Porto, cada um eleito, d'entre os lentes proprietarios e substitutos de cada escola, pelo conselho escolar;

1 delegado da escola polytechnica eleito, d'entre os lentes proprietarios e substitutos effectivos da escola, pelo conselho d'este estabelecimento;

1 delegado da academia polytechnica eleito, d'entre os lentes proprietarios e substitutos da academia, pelo conselho academico;

1 delegado do curso superior de letras eleito, d'entre os lentes do curso, pelo conselho d'este instituto;

1 delegado do curso de bibliothecario archivista, eleito d'entre os professores da 5.ª, 6.ª e 7.ª disciplina, pelos mesmos professores;

1 delegado do real observatorio astronomico eleito, d'entre os astronomicos de 1.ª classe, pelo conselho do observatorio.

2 delegados dos institutos industriaes e commerciaes, cada um eleito, d'entre todos os lentes e professores proprietarios de cada instituto, pelo conselho escolar;

2 delegados das academias de bellas artes, cada um eleito, d'entre os professores proprietarios, de cada academia, pelo conselho academico;

1 delegado do conservatorio eleito, d'entre os professores de 4.<sup>a</sup> classe do conservatorio, por todos os professores que formam o conselho d'esta escola;

6 delegados da instrucção secundaria official, sendo: dois de cada circumscripção, um de letras e outro de sciencias, eleitos — um d'entre os professores e aggregados do respectivo lyceu central — outro d'entre os demais professores da mesma circumscripção — por todos os professores e aggregados que ella comprehende;

2 delegados das escolas industriaes e de desenho industrial, cada um eleito, d'entre os professores effectivos das escolas de cada circumscripção, por todos os professores d'estas escolas;

1 delegado do ensino primario normal, eleito, d'entre os professores effectivos das escolas normaes, pelos referidos professores;

2 delegados da instrucção primaria official, um eleito pelos inspectores das seis primeiras circumscripções, outro eleito pelos inspectores das restantes, d'entre os professores subordinados á sua inspecção;

2 delegados dos collegios e escolas de ensino livre, um eleito pelos directores dos collegios e professores d'este ensino em Lisboa, outro eleito pelos directores dos collegios e professores do mesmo ensino na cidade do Porto;

1 delegado do ensino livre de bellas artes, designado pelo ministro.

Art. 4.<sup>o</sup> O secretario geral e os directores geraes do ministerio da instrucção publica e bellas artes assistem ás sessões do conselho e da secção permanente, tomam assento junto da mesa da presidencia, usam da palavra para ministrar esclarecimentos ou intervir nas discussões, mas só votam se são vogaes.

Art. 5.<sup>o</sup> O conselho divide-se em commissões con-

forme é exigido pela natureza dos negocios sobre que ha de consultar.

§ unico. A designação das commissões e dos vogaes para cada uma pertence ao presidente, e observa a regra de que devem compôl-as os vogaes que forem mais competentes. O mesmo vogal pôde pertencer a diversas commissões.

Art. 6.º A secção permanente reparte-se nas seguintes sub-secções:

- 1.º De instrucção primaria;
- 2.º De instrucção secundaria e superior;
- 3.º De bellas artes e ensino industrial e profissional.

§ unico. O disposto no § unico do artigo 5.º, quanto aos vogaes das commissões, é applicavel aos vogaes das sub-secções.

Art. 7.º O vice-presidente do conselho pôde presidir a qualquer commissão, e é presidente nato de todas as sub-secções.

## CAPITULO II

### Da eleição

Art. 8.º A eleição dos delegados ao conselho superior de instrucção publica e bellas artes é feita de quatro em quatro annos, no primeiro dia util do mez de fevereiro, por escrutinio secreto e maioria relativa.

Art. 9.º São eleitores:

1.º Os lentes e professores, proprietarios e substitutos, vogaes de quaesquer dos conselhos de que tracta o artigo 3.º; os astronomicos de 1.ª e 2.ª classe; os professores da 5.ª, 6.ª e 7.ª disciplina do curso de bibliothecario archivista; os professores e aggregados dos lyceus, com provimento vitalicio; os professores das escolas industriaes e de desenho industrial; os professores effectivos das escolas normaes de ensino primario: — em exercicio ou em commissão de serviço publico;

2.º Os inspectores de instrucção primaria;

3.º Os directores de collegios de Lisboa e Porto, e os professores d'estes institutos e das escolas de ensino livre das referidas cidades, comtanto que: 1.º estejam inscriptos nos registos dos respectivos inspectores de instrução primaria ou secundaria, nos termos do artigo 220.º do decreto de 28 de julho de 1881 e dos artigos 17.º a 19.º do decreto de 20 de setembro de 1882; 2.º hajam exercido a direcção ou o ensino, pelo menos no anno lectivo em que se verifica a eleição, no periodo decorrido até 15 de dezembro, e durante o anno lectivo immediatamente anterior.

§ unico. Os lentes e professores, proprietarios e substitutos, que pertencem aos quadros de diversos institutos têm voto para a eleição em todos estes.

Art. 40.º São elegiveis:

1.º Os lentes, professores e aggregados que podem votar, em todos os estabelecimentos não comprehendidos no § unico d'este artigo; 2.º Os astrónomos de 1.ª classe, com provimento definitivo; 3.º Os professores publicos vitalicios de instrução primaria:— em exercicio ou em commissão de serviço publico; 4.º Os directores de collegios de ensino livre de Lisboa e Porto e os professores d'estes institutos e das escolas de ensino livre das mesmas cidades, comtanto que se achem nas circumstancias designadas no n.º 3.º do artigo 9.º

§ unico. São tambem elegiveis:

1.º Nos institutos industriaes e commerciaes, os lentes e professores proprietarios; 2.º Nas academias de bellas artes, os professores proprietarios; 3.º No conservatorio, os professores de 1.ª classe; 4.º Nas escolas industriaes e de desenho industrial, os professores effectivos:— em exercicio ou em commissão de serviço publico.

Art. 41.º Os conselhos das faculdades, das escolas medico-cirurgicas, da escola e da academia polytechnica, do curso superior de letras, do real observatorio astronomico, dos institutos industriaes e commerciaes, das academias de bellas artes e do conservatorio real, têm sessão especial no dia designado pelo artigo 8.º para elegerem os seus delegados ao conselho superior de instrução publica e bellas artes.

Art. 12.º Aberta a sessão de cada conselho, logo que a maioria dos vogaes, com direito de votar, se acha presente, faz-se primeiro a chamada dos eleitores e depois a votação. Concluída esta, se alguns vogaes faltarem, o conselho espera, até meia hora, para receber os votos dos que ainda compareçam. Decorrida a meia hora o presidente declara encerrada a votação e manda proceder á contagem das listas, ao confronto do numero d'ellas com o numero das descargas e depois ao escrutinio e apuramento. De todas as operações eleitoraes se lavra acta, que é logo remettida ao governo, acompanhada de quaesquer protestos, reclamações e contra-protestos que hajam sido apresentados. A acta deve conter o nome de todos os votados, com o numero de votos que cada um teve, e ser assignada por todos os vogaes.

§ unico. Os vogaes dos conselhos são obrigados a votar no dia determinado para a eleição. O vogal que faltar deverá justificar a falta meia hora antes do acto eleitoral. Não o fazendo perde o vencimento de categoria e exercicio correspondente ao mesmo dia.

Art. 13.º Os professores do curso de bibliothecario archivista reúnem-se no dia fixado pelo referido artigo 8.º sob a presidencia do inspector geral das bibliothecas e archivos ou de quem o substituir, e elegem o delegado d'este curso, observando em tudo o que fica estatuido pelo artigo antecedente para os conselhos dos institutos de ensino. A mesa constitue-se com o presidente e com os dois professores mais antigos.

Art. 14.º Cada um dos professores e aggregados dos lyceus, com provimento vitalicio, dos professores das escolas industriaes e desenho industrial, dos professores effectivos das escolas normaes e dos inspectores de instrucção primaria, envia a sua lista ao ministro e secretario d'estado dos negocios d'instrucção publica e bellas artes. A lista é remettida dentro de um involucro cerrado, sem signal algum externo, e deve dar entrada no ministerio até ao dia 29 de janeiro. O involucro virá incluso em carta d'officio, fechada, lacrada e exteriormente com as designações que indicam a sua procedencia.

§ 1.º A lista de cada professor ou aggregado dos ly-

ceus deve conter dois nomes — um de um professor da secção de sciencias, outro de um professor da secção de letras. Um dos professores designados na lista deve pertencer ao lyceu central da circumscripção do eleitor.

§ 2.º As respectivas direcções geraes do ministerio da instrucção publica e bellas artes remetem em tempo competente, aos eleitores de que trata este artigo, involucros do mesmo typo para a inclusão das listas, e outros com as designações exteriores necessarias para a inclusão das cartas de officio.

Art. 13.º No dia fixado pelo artigo 8.º constituem-se no ministerio da instrucção publica e bellas artes tres commissões que apuram publicamente as votações comprehendidas no artigo antecedente.

A primeira commissão, composta com o director geral da primeira direcção do ministerio e dois professores officiaes de instrucção primaria, apura os votos dos inspectores e dos professores das escolas normaes.

A segunda commissão, composta com o director geral da segunda direcção do ministerio e dois professores officiaes de instrucção secundaria, apura os votos dos professores e aggregados dos lyceus.

A terceira commissão, composta com o director geral da terceira direcção do ministerio e dois professores de ensino industrial e profissional, apura os votos dos professores das escolas industriaes e de desenho industrial.

§ unico. Os professores que hão de compôr as commissões são da escolha do ministro. Cada director preside á commissão de que faz parte. No impedimento de qualquer dos directores serve o funcionario que o substitue na direcção.

Art. 16.º Abertas as cartas de officio cada commissão reúne os involucros que contêm os votos pela forma seguinte:

A primeira commissão reúne n'uma urna os votos que pertencem aos professores das escolas normaes; n'outra urna os que pertencem aos inspectores das seis primeiras circumscripções escolares; e n'uma terceira urna os que pertencem aos inspectores das seis restantes circumscripções.



A segunda comissão reúne n'uma urna os votos dos professores e aggregados dos lyceus da 1.<sup>a</sup> circumscripção academica (Lisboa); n'outra urna os dos professores e aggregados dos lyceus da 2.<sup>a</sup> circumscripção academica (Coimbra); e na terceira os da 3.<sup>a</sup> circumscripção (Porto).

A terceira comissão reúne n'uma urna os votos dos professores das escolas industriaes e de desenho industrial da circumscripção do sul (Lisboa) e n'outra os da circumscripção do norte (Porto).

§ 1.<sup>o</sup> Cada comissão procede depois ao escrutinio e apuramento segundo a numeração das urnas, e de tudo o que occorrer faz acta, que é assignada pelos vogaes, e logo endereçada ao ministro.

§ 2.<sup>o</sup> A segunda comissão, no apuramento, deverá attender a que em cada circumscripção academica ha de ser eleito um delegado do ensino de letras e outro do ensino de sciencias, sendo um d'elles pertencente ao lyceu central da mesma circumscripção.

§ 3.<sup>o</sup> Quando não seja possivel concluir no mesmo dia todos os actos eleitoraes comprehendidos n'este artigo, as comissões procederão no dia immediato ou ainda n'outro, se fôr indispensavel, aos trabalhos que faltarem, devendo lacrar as urnas que não tenham sido abertas e guardal-as com a maior segurança, assim como todos os mais papeis relativos á eleição.

Art. 17.<sup>o</sup> Para a eleição dos delegados dos collegios e escolas não officiaes de Lisboa e Porto, observar-se-ha o seguinte em cada uma das sédes da 1.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> circumscripções :

1.<sup>o</sup> Os inspectores de instrucção primaria e secundaria organisam, até ao dia 15 de dezembro, á vista dos registos de directores e professores de ensino particular da séde, uma relação de todos os individuos que dirigiram collegios ou professaram o ensino nos mesmos collegios ou nas escolas de ensino livre, durante o periodo marcado no n.<sup>o</sup> 3.<sup>o</sup> do artigo 9.<sup>o</sup>

2.<sup>o</sup> Cópia da relação é affixada á porta do lyceu central, no dia 18 immediato. A contar d'este dia até ao dia 7 de janeiro, uma comissão composta do governador civil e dos inspectores mencionados, recebe e resolve, sem

recurso, os requerimentos ou reclamações acerca de qualquer inscrição ou exclusão indevida. Os inspectores, tendo em attenção as resoluções tomadas, formam a relação definitiva e fazem affixar copia d'ella á porta do lyceu.

3.º No primeiro dia util de fevereiro, pelas 9 horas da manhã, os eleitores reúnem-se, sob a presidencia do inspector de instrucção secundaria, no local que foi previamente designado, a fim de elegerem um delegado ao conselho superior. A mesa constitue-se com o presidente, o administrador do bairro, onde a eleição se verifica, e o inspector da instrucção primaria.

4.º Para a votação ha uma só chamada dos eleitores, que é feita pela relação definitiva. Terminada a votação, se faltarem alguns eleitores, a mesa aguarda até á uma hora os votos dos que ainda compareçam. Finda a hora, recebidas as listas que no decurso d'ella foram apresentadas, o presidente pergunta se ha mais quem pretenda votar, recebe as listas dos que se apresentarem e declara encerrada a votação. Em tudo o mais se praticará o processo que fica estabelecido pelo artigo 42.º para a eleição pelos conselhos dos institutos de ensino.

Art. 18.º As listas que tiverem mais de um nome contam-se, considerando-se não escriptos os nomes excedentes ao primeiro, salvo o disposto no § 4.º do artigo 14.º Nas listas a que se refere este parographo contam-se unicamente os dois primeiros nomes.

As listas illegiveis, as que não contém bastante designação, as que derem a conhecer o eleitor, as transparentes, brancas, ou em papel de côr, as que têm qualquer marca, signal ou numeração externa, não se contam, mas juntam-se á acta.

Art. 19.º As duvidas ou reclamações que occorrem durante o acto eleitoral e se referem ao mesmo acto, são decididas pelo respectivo conselho, commissão ou mesa.

Pertence ao governo, ouvida a secção permanente, resolver todas as duvidas ou reclamações que têm por objecto a validade da eleição.

Art. 20.º Trinta dias depois da eleição a folha official publicará a lista dos delegados.

Art. 21.º Em igualdade de votos, prefere o que tem

mais tempo de serviço no magisterio, e em falta d'esta condição o mais velho.

Art. 22.º O delegado eleito por mais de uma corporação é obrigado a optar dentro dos primeiros cinco dias posteriores á publicação da lista de que trata o artigo 20.º

§ unico. Se no praso estabelecido o delegado não participa ao governo a opção, no ministerio da instrucção publica e bellas artes se designa, por meio da sorte, a corporação que elle deve representar.

Art. 23.º O professor ou funcionario, eleito delegado, só por despacho do governo, em consequencia de motivo legitimo devidamente comprovado, pôde obter dispensa da acceitação do logar de vogal da secção electiva.

Art. 24.º O delegado que perde a elegibilidade, perde o logar no conselho.

Art. 25.º Sempre que occorre vacatura o ministro da instrucção publica e bellas artes manda proceder á eleição com a brevidade conveniente.

### CAPITULO III

#### Do presidente e do vogal vice-presidente

Art. 26.º O ministro e secretario d'estado dos negocios da instrucção publica e bellas artes é presidente nato do conselho. Ao presidente compete: designar as commissões em que haja de dividir-se o conselho; designar os vogaes que devem compor as mesmas commissões e as sub-secções da secção permanente; fixar o dia da semana em que deve reunir-se esta secção e convocal-a extraordinariamente; fixar o dia em que deve reunir-se cada sub-secção ou commissão; abrir as sessões; declarar que não pôde haver sessão se uma hora depois da hora indicada faltar numero legal de vogaes; receber e communicar toda a correspondencia official ou passal-a ao secretario; distribuir os negocios; dirigir os trabalhos, encaminhar os debates e manter a ordem; chamar á questão o vogal que se afaste do assumpto ou se entregue a divagações prolongadas; retirar ao vogal a palavra se assim for necessario para

o decoro da discussão; propor e resumir as questões, e estabelecer o ponto ou questão sobre que deve incidir a votação; fazer proceder ás votações e annunciar o resultado d'ellas; declarar fechada a sessão.

Art. 27.º Incumbe ao vogal vice-presidente: substituir o presidente para todos os effeitos mencionados no artigo 26.º; presidir a qualquer commissão do conselho quando assim tenha por conveniente; presidir ás sub-seções; remetter ao ministro copia das actas das sessões do conselho e junctamente os pareceres e propostas submettidos á apreciação d'este corpo consultivo; redigir o relatório dos trabalhos de cada sessão ordinaria do conselho; mandar imprimir as propostas dos vogaes da secção electiva para serem distribuidos por todos os vogaes, pelo menos quinze dias antes do dia da abertura; officiar aos diversos estabelecimentos de ensino dependentes do ministerio de instrução publica e bellas artes, e aos vogaes da secção electiva, para o cumprimento de quaesquer disposições do decreto organico do conselho que lhes diga respeito; informar sobre os pedidos de licença; assignar as folhas dos vencimentos dos vogaes do conselho; superintender o serviço da secretaria do conselho.

#### CAPITULO IV

##### Do secretario e do amanuense

Art. 28.º Os trabalhos da secretaria do conselho estão a cargo de um chefe de repartição, em exercicio ou aposentado, do ministerio de instrução publica e bellas artes, e de um amanuense escolhido de entre individuos que hajam obtido approvação em concurso para logar da mesma categoria no mencionado ministerio. O chefe de repartição de que trata este artigo é o secretario do conselho.

Art. 29.º Incumbe ao secretario: dirigir os serviços da secretaria; assistir ás sessões; lèr a correspondencia; redigir e lèr a acta; prestar todos os esclarecimentos necessarios ao bom andamento dos negocios; apresentar na devida

fôrma as consultas e outros trabalhos para a assignatura ; dirigir e inspéccionar os serviços da secretaria ; propor as providencias de que possa resultar a melhor execução do serviço a seu cargo ; inventariar e guardar todos os documentos ; processar as folhas dos vencimentos ; cumprir as ordens superiores.

Art. 30.º Incumbe ao amanuense: escrever os documentos concernentes ao serviço do conselho ; escripturar os livros e registos ; desempenhar quaesquer outros serviços de escripturação para que se mostre habilitado e que lhe sejam ordenados pelo vice-presidente ou secretario.

## TITULO II

### Das funcções da secção permanente, dos vogaes de eleição e do conselho

#### CAPITULO I

##### **Das funcções da secção permanente**

Art. 31.º A' secção permanente incumbe: propor ao ministro os melhoramentos, providencias e reformas de natureza legislativa ou executiva que julgue convenientes ás necessidades e progressos dos estudos, e bem assim á administração litteraria, economica e disciplinar em todos os ramos de instrucção subordinados ao ministerio da instrucção publica e bellas artes.

§ 1.º A secção permanente deve ser ouvida :

1.º Sobre quaesquer projectos de regulamentos que se relacionem com a instrucção ;

2.º Sobre a fundação de estabelecimentos de ensino, creação, transformação ou desdobraimento de cadeiras ;

3.º Sobre propinas de matriculas, exames, diplomas ou cartas ;

4.º Sobre livros de texto e leitura que devam ser prohibidos nas aulas publicas ou nas particulares, por falta de conformidade com as leis do reino ou a moral ;

5.º Sobre concursos para o magisterio, se occorrer duvida ou existir protesto contra a legalidade dos respectivos processos;

6.º Sobre a applicação, a professores, das penas de suspensão, transferencia e demissão;

7.º Sobre quaesquer recursos, interpostos, pelos estudantes interessados, das sentenças ou decisões dos conselhos escolares que os condemnaram nas penas de prohibição de exame ou expulsão;

8.º Sobre processos de augmento do terço por diurnidade de serviço a lentes ou professores, quanto ao direito ao terço;

9.º Sobre conflictos de jurisdicção e competencia entre quaesquer empregados de instrucção publica;

10.º Sobre a inspecção e fiscalisação de todos os estabelecimentos de ensino publico e particular;

11.º Sobre todos os negocios submettidos ao seu exame por disposições legislativas ou regulamentares.

§ 2.º A secção permanente póde ser ouvida:

1.º Sobre quaesquer propostas de lei que o ministro de instrucção publica e bellas artes haja de apresentar ao corpo legislativo;

2.º Sobre a intelligencia e applicação de leis que mais ou menos directamente se refiram á instrucção;

3.º Sobre quaesquer questões de ensino, administração litteraria ou scientifica e disciplina escolar, que o ministro commetta ao seu exame.

§ 3.º A secção permanente só é ouvida sobre propostas já votadas pelo conselho e cujo objecto se ache comprehendido em qualquer dos numeros do § 1.º do presente artigo, se as mesmas propostas não houverem obtido na votação do conselho metade e mais um do numero total dos votos d'esta secção.

§ 4.º Para os fins do § 1.º d'este artigo o secretario geral e as direcções geraes do ministerio da instrucção publica e bellas artes remetem ao vice-presidente do conselho, sem dependencia de despacho superior, os negocios comprehendidos sob qualquer dos numeros do mesmo paragrapho. Todos os mais negocios são dirigidos ao vice-presidente por despacho do ministro.

1.º Os processos devem achar-se instruídos com os documentos de que depende a elucidação dos negócios sobre que versam, e conterão, além do parecer do funcionario superior a cuja repartição pertencerem, copia de quaesquer disposições regulamentares, ordens ou decisões do governo que não estejam publicadas e de que n'elles se faça referencia.

2.º A secção sempre que julgar necessario pôde solicitar das repartições por onde correm os processos quaesquer informações precisas para a consulta.

## CAPITULO II

### **Das funcções dos vogaes da secção electiva**

Art. 32.º A cada um dos vogaes da secção electiva incumbe :

1.º Enviar ao vice-presidente do conselho um relatório sobre o estado do ensino, no instituto, faculdade, aula ou circumscripção de que é representante, pelo menos até quinze dias antes da abertura da sessão ordinaria.

§ 1.º Se o relatório disser respeito ao estado do ensino em qualquer faculdade, instituto ou institutos, com mais de um professor, acompanhar-se-ha dos relatorios parciaes redigidos pelos diferentes professores, em exercicio, do quadro da circumscripção em que o vogal se acha incluído. Estes documentos servem de base ao relatório e devem ser enviados ao mesmo vogal pelo menos até quarenta dias antes da abertura da sessão ordinaria. Os chefes dos estabelecimentos comprehendidos n'este artigo promovem a execução do que n'elle se estabelece quanto á remessa dos relatorios parciaes.

§ 2.º Cada um dos delegados da instrucção secundaria relata o estado do ensino na secção a que pertence mas só com referencia á sua circumscripção.

§ 3.º Os inspectores de ensino primario prestarão em tempo competente aos delegados d'este ensino todo o auxilio e coadjuvação de que elles careçam para o relatório que os mesmos delegados devem redigir.

2.º Remetter ao vice-presidente do conselho as propostas em que se contêm quaesquer providencias endeçadas ao melhoramento e progresso do ensino no instituto, faculdade, aula ou circumscripção de que é delegado pelo menos até quarenta dias antes do primeiro dia da sessão ordinaria para serem impressas e distribuidas pelos vogaes. As propostas recebidas fóra d'este praso não têm seguimento.

§ 1.º As propostas pôdem ser :

1.º De iniciativa de qualquer vogal dos conselhos escolares ;

2.º De iniciativa dos delegados.

§ 2.º Nenhuma proposta concernente a estabelecimento de ensino em que ha corporação escolar será remittida ao vice-presidente do conselho sem haver sido apresentada ao voto da mesma corporação. A rejeição não impede que a proposta recusada seja submittida ao julgamento do conselho superior.

§ 3.º Cada proposta será formulada em separado e conterá a assignatura do apresentante ou auctor e a declaração de haver sido approvada ou rejeitada pelo respectivo conselho escolar.

3.º Prestar os esclarecimentos precisos para a discussão das propostas que apresentar, e tomar parte nos trabalhos.

### CAPITULO III

#### Das funcções do conselho.

Art. 33.º Incumbe ao conselho :

1.º Propor quaesquer alterações, adittamentos ou eliminações, que entenda necessarios nos programmas de instrucção primaria, secundaria, e das escolas industriaes e de desenho, ou redigir os mesmos programmas se assim lhe fór ordenado ;

2.º Propor quaesquer aperfeiçoamentos que julgue convenientes nos programmas de todos os mais ramos de



ensino dependentes do ministerio da instrucção publica e bellas artes ;

3.º Consultar por iniciativa sua, ou de ordem superior, sobre a exclusão ou substituição de qualquer livro que não deva servir ás aulas de instrucção superior e industrial ;

4.º Julgar ácerca dos liyros que não devam se adoptados nas aulas de instrucção primaria e secundaria, por não possuirem merito scientifico, litterario ou pedagogico, ou carecerem de relação com o respectivo programma ;

5.º Propor quaesquer providencias que tenha por vantajosas sobre methodos de ensino, systemas de exames e provas, e tambem sobre habilitações para admissão ao magisterio :

6.º Consultar ácerca das propostas apresentadas pelos vogaes da secção electiva, generalisando a especialidade sobre que versam se assim o requerer a vantagem da instrucção ;

7.º Dar parecer ácerca de todos os negocios relativos ao ensino sobre que for consultado pelo ministro ou em que haja de ser ouvido na conformidade das leis e dos regulamentos.

Art. 34.º Para os effeitos dos n.ºs 2.º e 3.º do artigo 33.º os chefes dos estabelecimentos de qualquer ramo de ensino comprehendido nos mesmos numeros, enviam ao vice-presidente do conselho, pelo menos até de trinta dias antes da abertura da sessão ordinaria a relação dos livros de texto e os programmas que devem servir ás respectivas aulas no anno lectivo seguinte.

§ unico. Nas disposições especiaes que o governo decretar sobre livros de texto e leitura para as aulas de instrucção primaria e secundaria se regulamentará tambem o disposto no n.º 4.º do mesmo artigo 33.º

## TITULO III

### CAPITULO I

#### **DAS SENSÕES DA SECÇÃO PERMANENTE**

Art. 33.º A secção permanente funciona em sessão

ordinaria uma vez por semana e extraordinariamente todas as vezes que o presidente a convocar.

Art. 36.º Não póde haver sessão sem que estejam presentes doze vogaes.

Art. 37.º Os vogaes que têm impedimento de assistir á sessão assim o participam ao presidente.

Art. 38.º Os vogaes tomam assento pela ordem da posse, ou pela ordem da nomeação se tomaram posse no mesmo dia.

Art. 39.º As sessões não são publicas. D'ellas se lava acta, que é lançada em livro especial e assignada pelo vice-presidente e pelo secretario.

Art. 40.º Aberta a sessão, lida e approvada a acta, lida a correspondencia na fórma do estylo, procede-se á distribuição dos trabalhos e depois á discussão dos negocios. Sempre que as circumstancias permittam, o presidente annuncia no fim da sessão o objecto da sessão immediata.

Art. 41.º Todo o processo apenas entrado na secretaria é numerado, marcando-se n'elle o dia da entrada, e depois é distribuido pelo presidente á sub-secção competente.

Art. 42.º A sub-secção tendo examinado e discutido o processo, escolhe um relator que formula o parecer da maioria. O vogal que dissente, em parte ou no todo, do parecer, assim o declara por escripto e assigna.

Art. 43.º Quando o negocio pertence a mais de uma sub-secção, o processo, depois de examinado e discutido na sub-secção a que primeiro foi distribuido, é enviado ás outras com que tenha ligação, e volta afinal á primeira cujo relator o apresentará com os pareceres d'estas sub-secções á secção permanente.

Art. 44.º Apresentado o parecer pelo relator em sessão da secção permanente, o presidente fixa dia para a discussão, se a secção não se julga habilitada a consultar para logo, quando o mesmo parecer seja de resolução urgente.

Art. 45.º Se o parecer é approvado, regista-se na acta a approvação e o secretario manda copial-o sob fórma de consulta para ser assignado pelos vogaes.

Se é rejeitado, o processo passa para um relator escolhido d'entre os vogaes que rejeitaram, e este faz novo parecer, que o presidente submete á discussão, seguindo-se depois os tramites já indicados.

Art. 46.º O processo estabelecido nos artigos antecedentes é applicavel aos negocios que têm origem dentro da secção permanente por proposta de um dos vogaes.

Art. 47.º A secção permanente pôde solicitar do governo que seja ouvido o procurador geral da corôa e fazenda em qualquer processo, para cuja decisão tenha sido julgado indispensavel o parecer d'este magistrado.

Art. 48.º A secção permanente toma as suas decisões por maioria; nenhuma deliberação, porém, será valida, se não reunir, pelo menos, sete votos conformes. A votação é nominal.

Art. 49.º No caso de empate o parecer fica reservado para entrar de novo em discussão, e se depois ainda ha empate, considera-se rejeitado.

Art. 50.º O vogal que não se conforme com a deliberação da maioria, no todo ou em parte, assim o declara por escripto e pôde lavrar o sen voto em separado, comtanto que o apresente na sessão immediata para ser junto á consulta.

Art. 51.º Os officios e quaesquer outros papeis, que hajam de ser expedidos officialmente, são assignados pelo vice-presidente.

§ unico. Os avisos, convites ou quaesquer outras expedições ordinarias, são assignados pelo secretario por ordem superior.

Art. 52.º O serviço da secção permanente prefere a qualquer outro que não tenha preferencia decretada por lei.

Art. 53.º A abstenção do voto é prohibida.

## CAPITULO II

### Das sessões do conselho

Art. 54.º O conselho superior de instrucção publica e bellas artes terá, de dois em dois annos, uma sessão or-

dinaria que dura desde 1 até 20 d'agosto, mas pôde ser prorogada até ao dia 25 d'este mez em caso de urgente necessidade. O ministerio convoca o conselho fóra d'este periodo, quando por acto proprio ou proposta da secção permanente assim entenda preciso.

Art. 33.º O disposto no capitulo antecedente é applicavel ás sessões do conselho, adoptando-se para as commissões o processo estatuido para as secções, — salvo o seguinte :

1.º Não ha sessão sem que estejam presentes doze vogaes da secção permanente e vinte e dois da electiva ;

2.º Nenhuma votação é valida se não reune pelo menos dezoito votos conformes ;

3.º Os pareceres devem ser redigidos de modo que sirvam de consulta, independente de copia ;

4.º As consultas são assignadas pelo vice-presidente e pelos vogaes da commissão, a cujo exame o negocio foi incumbido.

Secretaria d'estado dos negocios da instrucção publica e bellas artes, em 25 de setembro de 1890.—*João Marcellino Arroyo.*

(D. do Gov., n.º 223, de 1 de outubro de 1890).

### Representação do conselho academico sobre a suppressão da cadeira de Commercio e sua substituição por outra d'engenharia

Senhor !

O conselho da Academia Polytechnica do Porto vem respeitosamente perante V. M. representar sobre algumas modificações que se tornam urgentes no quadro das cadeiras actualmente existentes na mesma Academia, modificações que darão em resultado melhorar-se consideravelmente o ensino sem augmento algum de despeza.

Senhor !

Existe n'esta Academia desde à sua fundação, nos começos do seculo, um curso de commercio que, n'uma cidade essencialmente commercial como o Porto, parecia dever ser extraordinariamente frequentado. E no entanto esse curso tem definhado constantemente e só teve uma frequencia bastante numerosa nos tres primeiros annos da sua existencia, 1803 a 1805. Desde então, essa frequencia tem decrescido rapida e successivamente a ponto de quasi se poder asseverar que o curso deixou nos ultimos tempos de ter uma existencia effectiva e real.

N'estas circumstancias e principalmente depois que pela ultima reforma do Instituto Industrial d'esta cidade ficou alli sendo ministrado o ensino commercial, entende o conselho que é chegada a occasião de, sem inconveniente algum, eliminar-se este ensino do quadro das materias professadas na Academia. E' d'accordo com estas ideias, Senhor, que o conselho pede respeitosamente a V. M. se digne mandar eliminar o curso de commercio existente na Academia e como consequencia supprimir a actual 47.<sup>a</sup> cadeira, cujo professor passaria então a reger a 46.<sup>a</sup> que se acha vaga. Supprimindo aquella cadeira nas condições acima referidas ficaria disponivel no orçamento das despesas d'esta Academia a respectiva verba, a qual o conselho deseja se aproveite a bem do desenvolvimento do ensino, e n'esse sentido apresenta á sabia e elevada apreciação de V. M. a ideia da creação de uma nova cadeira que ficasse fazendo parte do curso d'engenheiros d'Obras Publicas. Essa nova cadeira, que teria o mesmo numero d'aquella cuja suppressão se pede, deveria abranger no quadro das suas disciplinas : — *Architectura — Obras municipales e Hydraulica agricola.*

O ensino d'estas materias é importantissimo para os nossos engenheiros. E' certo que a Architectura e a Hydraulica Agricola já pelo quadro actual fazem parte das disciplinas da 44.<sup>a</sup> cadeira, mas, estudando-se tambem na mesma cadeira, e no mesmo anno, as materias relativas a portos de mar, rios e canaes, é obvio que o ensino se ha de resentir de uma tal accumulção, não podendo o respe-

ctivo professor desenvolvel-o de modo conveniente. Passando aquellas materias a ser ensinadas separadamente em a nova cadeira, já os alumnos podiam desafogadamente dedicar-se ao seu estudo ao mesmo tempo que receberiam tambem lições de uma cathegoria de obras — *Obras municipais* — cuja natureza especial está exigindo da parte dos engenheiros conhecimentos tambem especiaes. D'esta maneira, restringindo-se o ensino na 14.<sup>a</sup> cadeira, a sua denominação poderia ser simplesmente — *Obras Publicas* — comprehendendo principalmente o estudo de tudo o que se refere a vias de comunicação. Ao chamar a elevada attenção de V. M. para o assumpto d'esta representação que deposita nas regias mãos de V. M., o conselho tem a honra de affirmar a V. M. que só o domina o desejo de aproveitar uma occasião tão favoravel de melhorar notavelmente o ensino n'esta Academia e isto sem onerar por fôrma alguma o respectivo orçamento. E assim o mesmo conselho confia em que V. M., profundamente dedicado ao derramamento da instrucção, não hesitará em conceder o que tão instantemente reclama o ensino na Academia Polytechnica do Porto. Deus guarde a preciosa vida de V. M. como todos havemos mister.

Academia Polytechnica do Porto, aos 29 de janeiro de 1890. — *Francisco Gomes Teixeira, Francisco da Silva Cardoso, Joaquim d'Azevedo Souza Vieira da Silva Albuquerque, Conde de Campo Bello* (vencido), *Antonio Joaquim Ferreira da Silva* (vencido), *José Diogo Arroyo, Roberto Rodrigues Mendes, Luiz Woodhouse, M. Amandio Gonçalves, Duarte Leite Pereira da Silva, Manoel Rodrigues Miranda Junior, Victorino Teixeira Laranjeira, Aarão Ferreira de Lacerda.*

Representação do conselho  
sobre a criação do lugar de naturalista  
adjunto á 14.<sup>a</sup> cadeira (Zoologia)

Senhor! O conselho da Academia Polytechnica do Porto vem respeitosaente perante V. M. representar so-

brê a urgente necessidade de ser creado um lugar de naturalista adjunto á cadeira de zoologia da mesma academia.

Senhor! A cadeira de zoologia é uma das mais frequentadas da Academia polytechnica, sendo sessenta e tres, em média, o numero de alumnos annualmente alli matriculados. E', d'entre as cadeiras que constituem o quadro dos preparatorios medicos, uma das que, para esse fim, possuem uma importancia mais fundamental e primaria, figurando sempre como annexa nas faculdades de medicina autonomas. E, na verdade, abrangendo, como deve abranger, o ensino da zoologia a exposição dos principios e rudimentos da anatomia comparada, da embryologia, da helmintologia e da historia natural do homem, é por assim dizer uma especie de prologo das disciplinas especiaes professadas nas faculdades medicas. A nenhuma outra cadeira vão os alumnos buscar os conhecimentos geraes relativas áquellas sciencias, e, escusado é insistir n'este ponto, tão evidente é, o therapeuta que n'este século não seja versado em physica, chimica e biologia geral, move-se em uma esphera acanhada e empirica, sem sequer poder aspirar a bem servir a sciencia, nem mesmo a elevar-se a comprehender a rapida e funda evolução que sob os nossos olhos, dia a dia, transforma e reconstitue os differentes e variados ramos da pathologia. A natureza dos conhecimentos de que dispõem os impulsionadores da medicina moderna, mostra claramente a verdade do que fica dito. Em todas as Universidades e academias europeas é o ensino da zoologia feito por meio de prelecções em face de numerosos exemplares de demonstração, e acompanhado nos respectivos laboratorios anatomicos por cursos praticos parallelos ao ensino expositivo, cursos que os alumnos são obrigados a frequentar e de que lhes são pedidas mais rigorosas contas do que nas aulas theoricas, onde, muitas vezes, nem mesmo a falta de assistencia é notada. De ha muito se reconhece que a theoria se torna arida e improductiva se não fôr constantemente acompanhada d'um continuo trabalho de observação pessoal e directa. Nos paizes mais cultos, as sciencias naturaes tendem a adquirir um caracter que mesmo nos institutos de instrucção secundaria é essencialmente objectivo. As esco-

las situadas não muito distantes da beira-mar possuem estações zoologicas annexas, onde os alumnos de medicina e de sciencias naturaes vão estudar a criação marinha junto ao seu habitat. Tem as estações do littoral produzido resultados beneficos para ensino e fecundos para a sciencia. E a prova d'isto é que os laboratorios d'aquella natureza se multiplicam sobre a orla maritima da Europa, sendo alguns d'elles largamente subsidiados pelos governos. Por todo a parte a zoologia é cultivada com esmero. Para tornar esta verdade bem patente, desnecessario é sahir do paiz.

Um muzeu nacional de sciencias naturaes existe annexo á Escola Polytechnica de Lisboa. As colleções com caracter regional do florescente muzeu da Universidade de Coimbra, dão creditos de valia á sciencia portugueza. Em Lisboa e Coimbra as cadeiras de zoologia são, conjunctamente com as de botanica, as que dispendem verbas mais avultadas. Uma proficua instrucção em sciencias naturaes sem os gabinetes e laboratorios convenientes, não se comprehende. A par d'este prospero e geral desenvolvimento da sciencia, encontra-se o ensino da zoologia na Academia Polytechnica do Porto, debatendo-se contra uma tão profunda, e, diga-se assim, tão absoluta carencia dos mais elementares recursos d'observação e estudo, quer sob o ponto de vista do material tecnico e local para installações, quer, e muito principalmente, sob o ponto de vista de pessoal auxiliar, que só como extremo esforço pôde ser levado pouco além da simples exposição oral das doutrinas. Limitam as actuaes circumstancias ao professor d'esta cadeira uma área d'acção bem restricta e apoucada. Basta dizer que o material demonstrativo existente se compõe apenas de doze caixas d'insectos em principio de deterioração, quatro exemplares e algumas peças soltas da anatomia elastica de Angoux, e quatro microscopios. O illustre naturalista, o sr. Barbosa du Bocage, offereceu este anno á Academia uma bella e valiosissima colleção ornithologica. Essa colleção está por montar. Não existe pessoal adjunto á cadeira de zoologia. Não ha naturalistas, nem preparadores, nem ao menos um servente. A dotação annual é insignificante. Necessitam os exemplares zoologicos d'um cuidado incessante. Os raros objectos de



valor, em tempo offerecidos á Academia Polytechnica, encontram-se hoje completamente inutilizados por falta de pessoal convenientemente educado a quem sejam confiados. Anexo á cadeira de zoologia e regido pelo mesmo professor existe um curso privativo da Academia Polytechnica, o curso de zoologia industrial e que habilita para as cadeiras de engenharia industrial e commercio. Para o ensino da zoologia medica existem as mesmas materias que ficaram apontadas. Para o ensino do curso technologico, nada existe. E tendo a Academia do Porto uma indole essencialmente pratica, pois que foi desde o seu inicio destinada a desempenhar no paiz o papel d'uma Polytechnica industrial, ocioso é insistir no empenho de mostrar que a cadeira de zoologia não se encontra em condições adequadas a satisfazer os fins da sua creação.

Senhor! E' urgentissimo elevar o ensino da zoologia na Academia Polytechnica do abatimento em que estaciona. Não mira actualmente o conselho a reorganisar-o satisfatoriamente nem tem em vista equiparal-o em condições materiaes do professado nas cadeiras analogas de Lisboa e Coimbra; aspira por enquanto apenas a attenuar, com um minimo de despeza, as deficiencias existentes, por forma a que estranhos não se fundamentem nas suas consequencias nocivas para taxarem de menos cuidado um ensino que é ministrado com tão exiguos recursos. Dadas estas circumstancias, o primeiro, mais importante e mais inadiavel melhoramento a introduzir, consiste, sem duvida, em ser creado um lugar de naturalista adjunto á cadeira de zoologia, devendo exigir-se para a admissão a esse lugar as mesmas habilitações que para os identicos dos muzeus da Escola Polytechnica de Lisboa e da Universidade de Coimbra. A existencia d'um naturalista adjunto permite o iniciar-se um muzeu de invertebrados, bem como o lançarem-se as bases a um gabinete de anatomia comparada, sciencia de vantagens tão manifestas, para a educação dos alumnos que se dedicam ás carreiras medicas. Póde tambem o naturalista auxiliar prestar serviços de valor no curso industrial, na parte em que o professor ensina os processos a seguir na analyse micro-chimica dos productos animaes, principalmente em referencia á desco-

berta das falsificações dos mesmos productos. Limita-se, o conselho a pedir um lugar de naturalista e não conjuntamente o de preparador, porque o preço e as installações dos grandes exemplares zoologicos importam despezas que a Academia não pôde, com a sua parca dotação, por agora custear. Tal é o voto que o conselho da Academia Polytechnica do Porto, respeitosaente submete á alta consideração de V. M. Deus guarde a preciosa existencia de V. M. como todos havemos mister.

*Francisco Gomes Teixeira, Francisco da Silva Cardoso, Joaquim d'Azeredo Souza Vieira da Silva Albuquerque, (com declaração), Antonio Joaquim Ferreira da Silva, José Diogo Arroyo, Roberto Rodrigues Mendes, Luiz Woodhouse, M. Amandio Gonçalves, Duarte Leite Pereira da Silva, Manuel Rodrigues Miranda Junior, Victorino Teixeira Laranjeira, Aarão Ferreira de Lacerda.*

### Creação de gabinetes e colleções

Tendo o conselho academico, em sessão de 30 de julho de 1888, resolvido que se pedisse ao governo a creação dos seguintes gabinetes e colleções: 1.º — *Gabinete de modelos e materias de construcção*; 2.º — *Gabinete de machinas*; 3.º — *Colleção de modelos para o ensino da geometria descriptiva e suas applicações*, — foi esta creação auctorizada por officio de 4 d'agosto do mesmo anno, que passamos a transcrever:

« Ministerio do Reino — Direcção Geral de Instrucção Publica — 1.ª Repartição — L.º 18, pag. 216 — III.º e Exc.º Snr. — Em resposta ao officio de V. Exc.ª de 2 do corrente mez, cabe-me dizer, que não ha inconveniente em que o conselho d'essa Academia estabeleça pelas forças da dotação da mesma Academia, os gabinetes e colleções que julga necessarios, como se propunha no projecto do Regulamento elaborado pelo mesmo conselho. Deus Guarde a V. Exc.ª Secretaria de Estado dos Negocios do Reino, em 4 d'agosto de 1888. III.º e Exc.º Snr. Director da Academia Polytechnica do Porto. — (a.) *Antonio Maria de Amorim.*

## Ministerio dos Negocios da Fazenda

Direcção geral das contribuições directas

### 2.ª REPARTIÇÃO .

Senhor! A cobrança das propinas de matriculas dos alumnos dos lyceus é feita por meio de senhas ao portador. Estas senhas foram creadas por portarias de 2 de abril e de 27 de maio de 1867, são especiaes para cada anno lectivo que tem de servir e ficam juntas aos processos a que pertencem.

A pratica tem mostrado que este systema não se presta a uma boa e regular fiscalisação. O extravio ou troca das senhas depois de juntas aos processos é facto frequente por serem muitas vezes consultados e passarem por differentes mãos; d'ahi resulta ficarem os processos incompletos, o que importa suspeitas em desabono dos empregados que intervem n'este serviço.

No intuito, pois, da melhor fiscalisação e de obviar ao inconveniente referido e ainda a outros, posto que de menor importancia, julgo muito conveniente que as senhas até agora adoptadas sejam substituidas por estampilhas, tornando-se-lhes extensivas, na parte applicavel, por analogia com as estampilhas do sêllo, as disposições do regulamento do 26 de novembro de 1885.

Alem dos lycens, outros estabelecimentos de instrucção ha, em que as propinas de matriculas constituem receita do estado, por isso tambem me parece que se deve generalisar a todos a cobrança por estampilhas, systema de que só resultarão vantagens, tanto para os alumnos, por ser mais commodo, como para as escolas, por simplificar muito o processo hoje seguido para o pagamento d'este imposto.

Pelas razões que ficam expendidas tenho a honra de submitter á approvação de V. M. o seguinte projecto de decreto.

Paço, em 31 de janeiro de 1891. — *Augusto José da Cunha.*

---

Attendendo ao que me representou o ministro e secretario d'estado dos negocios da fazenda, hei por bem approvar o seguinte decreto :

Artigo 1.º A partir do anno de 1894 o pagamento de todas as propinas de matriculas, que constituem receita do estado, será feito por meio de estampilhas.

Art. 2.º As estampilhas serão das differentes taxas das propinas, incorporados os addicionaes que sobre ellas recaem.

Art. 3.º Estas estampilhas serão estampadas na repartição do sêllo da casa da moeda e do formato e cores que o governo determinar, devendo as que se destinarem ás ilhas dos Açores ter côr especial e não poderem servir no continente do reino.

Art. 4.º O typo das estampilhas terá a duração que o governo julgar conveniente, podendo em qualquer tempo alterar o formato e cores das mesmas estampilhas.

Art. 5.º O pagamento das propinas de matriculas far-se-ha collando os requerimentos dos alumnos as estampilhas que perfaçam a importancia da propina devida, as quaes os requerentes inutilisarão pelo modo estabelecido para as estampilhas do sêllo no artigo 30.º do regulamento de 26 de novembro de 1885.

Art. 6.º A propina de matricula depois de paga, mas não aproveitada para o fim a que se destina, não dá direito algum á restituição da respectiva importancia pelos cofres da fazenda.

Art. 7.º Nas recebedorias da receita eventual de Lisboa e Porto, e nas recebedorias das comarcas em cujas sédes houver estabelecimentos de instrucção que obriguem ao pagamento de propina de matriculas para o estado, estarão á venda as estampilhas d'este imposto.

Art. 8.º Para os effectos do artigo antecedente proceder-se-ha, quanto ás requisições para o fornecimento das estampilhas, por modo analogo ao estabelecido para as estampilhas do sêllo no artigo 31.º do citado regulamento.

O presidente do conselho de ministros, ministro e secretario d'estado dos negocios da guerra, o ministro e secretario d'estado dos negocios do reino e interino da instrucção publica e bellas artes, e os ministros e secretarios

d'estado dos negocios da fazenda, marinha e obras publicas, assim o tenham entendido e façam executar, cada um pela parte que lhe toca. Paço, em 31 de janeiro de 1891.—REI.—*João Chrysostomo d'Abreu e Sousa—Antonio Candido Ribeiro da Costa—Augusto José da Cunha—Antonio José Ennes—Thomaz Antonio Ribeiro Ferreira.*

(D. do Gov. n.º 38 de 19 de fevereiro de 1891).

## Ministerio dos Negocios da Fazenda

### Direcção geral das contribuições directas

#### 2.º REPARTIÇÃO

Por ter saído com algumas inexactidões no *Diario* n.º 70, novamente se publica o seguinte:

Em virtude do disposto no artigo 2.º do decreto de 31 de janeiro ultimo, manda Sua Magestade El-Rei declarar, pela direcção geral das contribuições directas, que as estampilhas para a cobrança das propinas de matriculas a que se refere a tabella junta, que faz parte d'esta portaria, são das taxas de 530, 15065, 15595, 15735, 25130, 25395, 25660, 35190, 35470, 35820, 45465, 45785, 65510, 75635, 85330, 115455, 165665 e 205830 reis.

Paço, em 31 de março de 1891.—*Augusto José da Cunha.*

Tabella, a que se refere a portaria d'esta data, das propinas de matriculas que devem ser pagas por estampilhas, nos termos do decreto de 31 de janeiro ultimo.

### Estabelecimentos escolares — Designação dos factos sujeitos ás propinas

#### Universidade de Coimbra

	Importancias das propinas
Pela abertura e encerramento de matricula na faculdade de direito (por cada um d'estes actos).....	20\$930
Pela abertura e encerramento de matricula na faculdade de theologia (por cada um d'estes actos).....	16\$065
Para abertura e encerramento de matricula na faculdade de medicina (por cada um d'estes actos).....	16\$065
Pela abertura e encerramento de matricula na faculdade de mathematica (por cada um d'estes actos).....	16\$065
Pela abertura e encerramento de matricula na faculdade de philosophia (por cada um d'estes actos).....	16\$065
Pela abertura e encerramento de matricula no curso administrativo (por cada um d'estes actos).....	16\$065
Pelos exames de habilitação a medicos que seguiram os cursos em escolas ou universidades estrangeiras (como equivalencia das matriculas de todo o curso medico).....	166\$650
Pelos exames de habilitação a dentistas nacionaes e estrangeiros..	16\$065
Pelos exames de habilitação a parteiras nacionaes e estrangeiras (quando não tenham frequentado o competente curso, porque tendo nada pagam, como dispõe o artigo 205.º do decreto de 23 de abril de 1840).....	16\$065

#### Curso superior de letras

Pela abertura e encerramento de matricula dos alumnos ordinarios em cada cadeira (por cada um d'estes actos).....	3\$170
Pela licença para exame final, por ter faltado a elle no dia designado	3\$170

#### Escolas medico cirurgicas de Lisboa e Porto

Pela abertura e encerramento de matricula no curso medico-cirurgico (por cada um d'estes actos).....	16\$065
Pela abertura e encerramento de matricula no curso de pharmacia (por cada um d'estes actos).....	8\$330
Pelos exames de habilitação a medicos que seguiram os cursos em escolas ou universidades estrangeiras (como equivalencia das matriculas de todo o curso medico-cirurgico).....	166\$650
Pelos exames de habilitação a dentistas nacionaes e estrangeiros..	16\$065
Pelos exames de habilitação a parteiras nacionaes e estrangeiras (quando não tenham frequentado o competente curso, porque tendo nada pagam, como dispõe o artigo 205.º do decreto de 23 de abril de 1840).....	16\$065

**Escola naval**

Pela abertura e encerramento de matricula de cada cadeira (por cada um d'estes actos).....	3\$820
Pela repetição das mesmas matriculas (por cada uma).....	7\$535
Pela licença para ser admittido a exame final, que deixou de fazer em tempo competente .....	3\$170
Pela abertura e encerramento de matricula para o exame de pilotagem elemental ou complementar.....	7\$535

**Escola polytechnica**

Pela abertura e encerramento de matricula em cada cadeira (por cada um d'estes actos).....	3\$170
Pela licença para a admissão a exame de frequencia extraordinario	1\$ 35
Pela licença para admissão a exame final de qualquer alumno que tenha faltado a elle no dia marcado ou para passar na matricula da classe de voluntario para a de ordinario.....	3\$170

**Escola do exercito**

Pela abertura e encerramento de matricula no curso de cavallaria e infantaria (por cada um d'estes actos).....	7\$635
Pela abertura e encerramento de matricula nos cursos superiores (por cada um d'estes actos).....	11\$155
Pela abertura e encerramento de matricula dos alumnos livres, que frequentam cadeiras isoladas (por cada um d'estes actos em cada cadeira).....	3\$820

**Academia polytechnica do Porto**

Pela abertura e encerramento de matricula em cada curso (por cada um d'estes actos).....	16\$665
Por cada licença de repetição de acto sem frequencia, exame fóra da epocha competente, ou transitio entre differentes classes....	6\$510

**Escola medico-cirurgica do Funchal**

Pela abertura e encerramento de matricula dos alumnos de medicina e pharmacia (por cada um d'estes actos).....	4\$105
Pelos exames de habilitação a dentistas nacionaes e estrangeiros.	16\$665
Pelos exames de habilitação a parteiras nacionaes e estrangeiras (quando não tenham frequentado o competente curso, porque tendo nada pagam, como dispõe o § unico do artigo 1.º do decreto de 24 de abril de 1850).....	16\$665

**Lyceus nacionaes**

Pela abertura e encerramento de matricula dos alumnos internos (por cada um d'estes actos).....	4\$785
Pela admissão á frequencia de uma disciplina ou parte de disciplina para exame singular (por cada classe).....	2\$395
Pela matricula dos alumnos estranhos (por cada anno do curso) .	4\$785
Pelo exame de cada disciplina, comprehendida no mesmo anno, dos alumnos estranhos.....	3\$190

Pelo mesmo acto, quando fôr applicavel a disposição III do artigo 11.º do decreto de 27 de outubro de 1888.....	1\$595
Pela admissão a exames singulares dos alumnos estranhos (por cada uma disciplina, ou parte de disciplina).....	2\$860

**Escolas normaes primarias**

Pela abertura e encerramento de matricula dos alumnos não pensionistas (por cada um d'estes actos).....	3\$190
---	--------

**Conservatorio real de Lisboa**

Pela abertura e encerramento de matricula de alumnos e alumnas (por cada um d'estes actos).....	3\$30
Pela abertura de matricula dos alumnos e alumnas estranhos ao conservatorio, em cada anno de qualquer curso de que pretendam fazer exame.....	2\$130
Pelo exame.....	1\$065

Paço, em 31 de março de 1891. — *Augusto José da Cunha.*

(D. do Gov. n.º 73 de 4 d'abril de 1891)



IV

Secção scientifica

# FRAGMENTOS DE UM CURSO D'ANALYSE INFINITESIMAL

POR

F. GOMES TEIXEIRA

VII

(INTEGRAÇÃO DAS FUNÇÕES DE VARIÁVEIS IMAGINÁRIAS)

---

I

## Funções imaginárias de variáveis reais

1. — Seja

$$f(x) = \varphi(x) + i\psi(x)$$

uma função imaginária de uma variável real  $x$ . Chama-se *integral definido* d'esta função a função  $\int_a^x f(x) dx$  dada pela igualdade

$$(1) \quad \int_a^x f(x) dx = \int_a^x \varphi(x) dx + i \int_a^x \psi(x) dx.$$

Observaremos em primeiro lugar que, como no caso das funções reais, o integral definido (1) é igual ao limite para que tende a somma

$$h_1 f(x_1) + h_2 f(x_2) + \dots + h_n f(x_n)$$

quando as quantidades  $h_1, h_2, \text{ etc.}$  tendem todas para zero. E' o que resulta das igualdades

$$\int_a^x \varphi(x) dx = \lim [h_1 \varphi(x_1) + \dots + h_n \varphi(x_n)]$$

$$i \int_a^x \psi(x) dx = i \lim [h_1 \psi(x_1) + \dots + h_n \psi(x_n)]$$

que, somadas, dão o principio enunciado.

Observemos em segundo logar que a derivada do integral definido (1) é igual a  $f(X)$ , se a funcção  $f(x)$  é continua no ponto  $X$ . Com effeito, temos

$$\begin{aligned} \frac{d \int_a^x f(x) dx}{dX} &= \frac{d \int_a^x \varphi(x) dx}{dX} + i \frac{d \int_a^x \psi(x) dx}{dX} \\ &= \varphi(X) + i \psi(X) = f(X). \end{aligned}$$

Observaremos finalmente que todas as funcções, cuja derivada é igual a  $f(x)$ , são dadas pela formula

$$\int f(x) dx = \int \varphi(x) dx + i \int \psi(x),$$

e que, sendo  $F(x) = F_1(x) + i F_2(x)$  uma d'ellas, as outras estão comprehendidas na fórma  $F(x) + C$ ,  $C$  representando uma constante arbitraria (n.º 1).

E' facil de vêr, ou por meio da igualdade (1), ou procedendo como no caso das funcções reaes, que os principios geraes demonstrados para as funcções reaes têm logar para as funcções imaginarias de variaveis reaes.

**2.**—THEOREMA DE DARBOUX. — Seja  $\pi(x)$  uma funcção que se conserva positiva quando  $x$  varia desde  $a$  até  $X$ , e seja  $X > a$ . Applicando o primeiro *theorem* da média, temos

$$\int_a^x f(x) \pi(x) dx = (K_1 + iK_2) \int_a^x \pi(x) dx$$

$K_1$  e  $K_2$  representando quantidades que não são inferiores aos

menores valores nem superiores aos maiores valores, que tomam respectivamente  $\varphi(x)$  e  $\psi(x)$ , quando  $x$  varia desde  $a$  até  $X$ ; ou, suppondo que as funcções  $\varphi(x)$  e  $\psi(x)$  são continuas no intervalo de  $x = a$  a  $x = X$  e que  $x'$  e  $x''$  são os valores, compreendidos entre  $a$  e  $X$ , que dão respectivamente a  $\varphi(x)$  e  $\psi(x)$  os valores  $K_1$  e  $K_2$ ,

$$\int_a^X f(x) \pi(x) dx = [\varphi(x') + i \psi(x'')] \int_a^X \pi(x) dx.$$

Ponha-se agora

$$\varphi(x') + i \psi(x'') = M e^{i\omega},$$

o que dá

$$M^2 = [\varphi(x')]^2 + [\psi(x'')]^2.$$

Teremos, suppondo  $|\varphi(x')| \geq |\psi(x'')|$ ,

$$M^2 \leq 2 [\varphi(x')]^2 \leq 2 |f(x')|^2,$$

e portanto

$$M = \lambda \sqrt{2} |f(x')|,$$

representando por  $\lambda$  um factor positivo igual ou inferior á unidade.

Do mesmo mqdo se mostra que é, quando  $|\varphi(x')| < |\psi(x'')|$ ,

$$M = \lambda \sqrt{2} |f(x'')|.$$

Temos pois, representando por  $x_1$  uma das quantidades  $x'$ ,  $x''$  e pondo  $f(x_1) = |f(x_1)| e^{i\nu}$  e  $\alpha = \omega - \nu$ ,

$$\int_a^X f(x) \pi(x) dx = \lambda \sqrt{2} f(x_1) e^{i\alpha} \int_a^X \pi(x) dx,$$

ou, pondo  $\lambda \sqrt{2} e^{i\alpha} = \lambda_1$ ,

$$\int_a^X f(x) \pi(x) dx = \lambda_1 f(x_1) \int_a^X \pi(x) dx,$$

onde  $\lambda_1$  representa uma quantidade cujo módulo está compreendido entre 0 e  $\sqrt{2}$ , e  $x_1$  um numero real compreendido entre  $a$  e  $X$ .

Esta formula importante é devida ao sr. Darboux, que deu mesmo para  $\lambda_1$  limites mais estreitos do que os que aqui empregamos. No caso de ser  $\pi(x) = 1$ , dá

$$\int_a^X f(x) dx = \lambda_1 f(x_1) (X - a).$$

Como  $x_1$  representa uma quantidade compreendida entre  $a$  e  $X$ , podemos escrever a formula precedente do modo seguinte:

$$\int_a^X f(x) \pi(x) dx = \lambda_1 f(a + \theta h) \int_a^X \pi(x) dx,$$

onde  $\theta$  representa uma quantidade compreendida entre 0 e 1, e é  $h = X - a$ .

**3.** — No caso das funcções imaginarias temos, como no caso das funcções reaes,

$$\int_a^\infty f(x) dx = \lim_{X \rightarrow \infty} \int_a^X f(x) dx.$$

É' condição necessaria e sufficiente para que o integral  $\int_a^X f(x) dx$  tenda para um limite finito e determinado, quando  $X$  tende para o infinito, que a cada valor de  $\delta$ , por mais pequeno que seja, corresponda um numero  $p_1$  tal que a desigualdade

$$(2) \quad \left| \int_a^{p+q} f(x) dx - \int_a^p f(x) dx \right| = \left| \int_p^{p+q} f(x) dx \right| < \delta,$$

seja satisfeita quando  $p > p_1$ , qualquer que seja  $q$ .

D'este principio conclue-se que, se  $\int_a^X |f(x)| dx$  tender para um limite finito e determinado quando  $X$  tende para  $\infty$ , tambem  $\int_a^X f(x) dx$  tende para um limite finito e determinado.

Com effeito, temos

$$\left| \int_p^{p+q} f(x) dx \right| \leq \int_p^{p+q} |f(x)| dx,$$

e portanto, se tiver logar a condição

$$\int_p^{p+q} |f(x)| dx < \delta,$$

tambem terá logar a condição (2).

Do mesmo modo se considera o caso em que o limite inferior do integral tende para  $-\infty$ .

4. — Se a função  $f(x)$  é descontínua no ponto  $X$ , temos, como no caso das funções reaes,

$$\int_a^\alpha f(x) dx = \lim_{\alpha \rightarrow X} \int_a^\alpha f(x) dx.$$

Raciocinando como no numero anterior mostra-se que, se  $\int_a^\alpha |f(x)| dx$  tender para um limite finito e determinado, quando  $\alpha$  tende para  $X$ , tambem  $\int_a^\alpha f(x) dx$  tende para um limite finito e determinado.

5. — O integral definido  $\int_a^x f(x) dx$  pôde ser calculado por meio da formula (1), quando se conhece o valor dos integraes definidos que entram no segundo membro d'esta formula. Pode-se tambem muitas vezes calcular aquelle integral definido pelos mesmos methodos que no caso das funções reaes, e n'este caso a formula (1) dá depois os valores dos integraes definidos  $\int_a^x \varphi(x) dx$  e  $\int_a^x \psi(x) dx$ . Vejamos algumas applicações de cada um d'estes casos.

■ — Vê-se, como na pag. 93 do t. XII, que é

$$\int_0^\infty x^n e^{-(\alpha + i\beta)x} dx = \frac{n!}{(\alpha + i\beta)^{n+1}},$$

e temos portanto

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} x^n e^{-\alpha x} \cos \beta x \, dx - i \int_0^{\infty} x^n e^{-\alpha x} \operatorname{sen} \beta x \, dx \\ = \frac{n!}{(\alpha + i\beta)^{n+1}} = \frac{n! (\alpha - i\beta)^{n+1}}{(\alpha^2 + \beta^2)^{n+1}}. \end{aligned}$$

Logo

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} x^n e^{-\alpha x} \cos \beta x \, dx = \frac{n!}{(\alpha^2 + \beta^2)^{n+1}} \left[ \alpha^{n+1} - \binom{n+1}{2} \alpha^{n-1} \beta^2 \right. \\ \left. + \binom{n+1}{4} \alpha^{n-3} \beta^4 - \dots \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} x^n e^{-\alpha x} \operatorname{sen} \beta x \, dx = \frac{n!}{(\alpha^2 + \beta^2)^{n+1}} \left[ \binom{n+1}{1} \alpha^n \beta \right. \\ \left. - \binom{n+1}{3} \alpha^{n-2} \beta^3 + \binom{n+1}{5} \alpha^{n-4} \beta^5 - \dots \right]. \end{aligned}$$

III — Para segunda aplicação consideremos o integral

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \, dx,$$

onde  $a$  representa uma quantidade imaginaria  $\alpha - i\beta$ , e  $|\beta| < |\alpha|$ ,  $\alpha > 0$ .

Temos

$$e^{i\beta x^2} = 1 + i\beta x^2 + \frac{(i\beta)^2}{2!} x^4 + \dots + \frac{(i\beta)^n}{n!} x^{2n} + \dots;$$

e portanto

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \, dx = \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \, dx + i\beta \int_0^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} \, dx + \dots \\ + \frac{(i\beta)^n}{n!} \int_0^{\infty} x^{2n} e^{-\alpha x^2} \, dx + \dots \end{aligned}$$

Logo

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\alpha}} \left[ 1 + \frac{i\beta}{2\alpha} + \dots \right. \\ \left. + \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1) (i\beta)^n}{n! 2^n \alpha^n} + \dots \right] = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\alpha}} \left( 1 - \frac{i\beta}{\alpha} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Teremos pois a igualdade

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \cos \beta x^2 dx + i \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \operatorname{sen} \beta x^2 dx \\ = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\alpha}} \left( 1 - \frac{i\beta}{\alpha} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Sendo agora  $\rho$  e  $\theta$  o módulo e o argumento de  $\alpha - i\beta$ , o segundo membro d'esta igualdade é igual a  $\pm \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\rho}} \left( \cos \frac{1}{2} \theta - i \operatorname{sen} \frac{1}{2} \theta \right)$ ; e portanto temos

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \cos \beta x^2 dx = \pm \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\rho}} \cos \frac{1}{2} \theta, \\ \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \operatorname{sen} \beta x^2 dx = \mp \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\rho}} \operatorname{sen} \frac{1}{2} \theta.$$

Para se determinar o signal, basta attender a que a série empregada, para se chegar a estas igualdades, tem a parte real sempre positiva e a parte imaginaria positiva ou negativa segundo  $\beta$  é positivo ou negativo. Logo o primeiro d'estes integraes deve ser sempre positivo e o segundo deve ter o signal de  $\beta$ .

III — Consideremos finalmente o integral importante (1)

$$\int_0^{\pi} \cot (x - a - ib) dx.$$

(1) O methodo que aqui empregamos para achar o valor d'este integral, foi por nós publicado nos *Nouvelles Annales de mathématiques* (2.<sup>a</sup> série, t. VIII, pag. 120) e no *Jornal de sciencias mathematicas*, t. IX, pag. 113.



Temos primeiramente

$$\begin{aligned} \int \cot(x - a - bi) dx &= \int \frac{\cos(x - a - bi) dx}{\operatorname{sen}(x - a - bi)} \\ &= \int \frac{\cos(x - a) \cos ib + \operatorname{sen}(x - a) \operatorname{sen} ib}{\operatorname{sen}(x - a) \cos ib - \cos(x - a) \operatorname{sen} ib} dx \end{aligned}$$

ou, por ser

$$\cos ib = \frac{e^{-b} + e^b}{2}, \quad \operatorname{sen} ib = \frac{e^{-b} - e^b}{2i},$$

$$\int \cot(x - a - ib) dx = \int \frac{(e^{-b} + e^b) \cos(x - a) - i(e^{-b} - e^b) \operatorname{sen}(x - a)}{(e^{-b} + e^b) \operatorname{sen}(x - a) + i(e^{-b} - e^b) \cos(x - a)} dx.$$

Multipliquemos agora o numerador e denominador da última fracção por

$$(e^{-b} + e^b) \operatorname{sen}(x - a) - i(e^{-b} - e^b) \cos(x - a),$$

o que dá

$$\begin{aligned} \int \cot(x - a - ib) dx &= \int \frac{2 \operatorname{sen} 2(x - a) dx}{e^{-2b} + e^{2b} - 2 \cos 2(x - a)} \\ &\quad - i \int \frac{(e^{-2b} - e^{2b}) dx}{(e^{-b} + e^b)^2 \operatorname{sen}^2(x - a) + (e^{-b} - e^b)^2 \cos^2(x - a)} \\ &= \frac{1}{2} \log [e^{-2b} + e^{2b} - 2 \cos 2(x - a)] \\ &\quad - i \int \frac{(e^{-b} + e^b)(e^b - e^{-b}) \frac{dx}{\cos^2(x - a)}}{(e^{-b} - e^b)^2 + (e^{-b} + e^b)^2 \operatorname{tang}^2(x - a)} \\ &= \frac{1}{2} \log [e^{-2b} + e^{2b} - 2 \cos 2(x - a)] \\ &\quad - i \int \frac{d \left[ \frac{e^{-b} + e^b}{e^{-b} - e^b} \operatorname{tang}(x - a) \right]}{1 + \left[ \frac{e^{-b} + e^b}{e^{-b} - e^b} \operatorname{tang}(x - a) \right]^2}. \end{aligned}$$

Mas por ser

$$e^{-2b} + e^{2b} > 2,$$

a função

$$\log [e^{-2b} + e^{2b} - 2 \cos 2(x - a)]$$

tem um ramo real com valores iguaes no ponto  $x = 0$  e  $x = \pi$ . Logo teremos

$$\int_0^\pi \cot(x - a - ib) dx = -i \int_0^\pi \frac{d \left[ \frac{e^{-b} + e^b}{e^{-b} - e^b} \operatorname{tang}(x - a) \right]}{1 + \left[ \frac{e^{-b} + e^b}{e^{-b} - e^b} \operatorname{tang}(x - a) \right]^2}.$$

O integral que entra no segundo membro d'esta igualdade é da fórmula

$$\int_0^\pi \frac{f'(x) dx}{1 + [f(x)]^2},$$

e vamos por isso applicar-lhe o theorema (n.º 22)

$$\int_0^\pi \frac{f'(x) dx}{1 + [f(x)]^2} = \operatorname{arctang} f(x) - \operatorname{arctang} f(0) + (n - m) \pi,$$

onde  $n$  representa o numero de vezes que a função  $f(x)$  passa pelo infinito indo de positiva para negativa, e  $m$  o numero de vezes que  $f(x)$  passa pelo infinito indo de negativa para positiva. Pondo

$$f(x) = \frac{e^{-b} + e^b}{e^{-b} - e^b} \operatorname{tang}(x - a),$$

e notando: 1.º que, quando  $x$  varia desde 0 até  $\pi$ ,  $\operatorname{tang}(x - a)$  passa uma só vez pelo infinito, indo de positiva para negativa; 2.º que a fracção

$$\frac{e^{-b} + e^b}{e^{-b} - e^b}$$

é positiva ou negativa segundo  $b$  é menor ou maior do que

zero, conclue-se que  $f(x)$  passa uma só vez pelo infinito, indo de positiva para negativa quando é  $b < 0$ , e de negativa para positiva quando é  $b > 0$ .

Temos pois

$$\int_0^{\pi} \cot(x - a - ib) dx = i\pi$$

quando  $b > 0$ , e

$$\int_0^{\pi} \cot(x - a - ib) dx = -i\pi$$

quando  $b < 0$ .

O resultado importante, que vimos de achar, foi estabelecido pelo sr. Hermite por processos diferentes d'este <sup>(1)</sup>. Um dos processos pelo qual o eminente geometra o deduziu, baseia-se na relação trigonométrica conhecida

$$\cot nx = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{n} \cot\left(x + \frac{k\pi}{n}\right).$$

Mudando  $x$  em  $x - a - ib$ , pondo  $\frac{\pi}{n} = h$  e fazendo tender  $h$  para zero, esta somma tende para o integral definido (n.º 49)

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cot(x - a - ib) dx,$$

e temos

$$\int_0^{\pi} \cot(x - a - ib) dx = \pi \lim_{n=\infty} \cot n(x - a - ib).$$

Temos tambem

$$\lim_{n=\infty} \cot n(x - a - ib) = i \lim_{n=\infty} \frac{e^{2in(x-a-ib)} + 1}{e^{2in(x-a-ib)} - 1} = \pm i,$$

(1) *Cours d'Analyse*, pag. 342.

*Journal de sciences mathématiques*, t. II, pag. 65.

devendo empregar-se o signal + quando  $b$  é positivo, e o signal — quando  $b$  é negativo.

D'estas duas igualdades tira-se o theorema enunciado.

## II

### Integracs das funcções de variaveis imaginarias

6. — Seja

$$f(z) = \Phi(x, y) + i\Psi(x, y)$$

uma funcção analytica da variavel imaginaria  $z = x + iy$ , continua em todos os pontos de uma linha plana continua  $S$ , descripta pelo ponto  $z$  na passagem d'um ponto  $z_0 = x_0 + iy_0$  para um ponto  $Z = X + iY$ ; sejam

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t)$$

as equações d'esta linha; e sejam  $t_0$  e  $T$  os valores de  $t$  que correspondem aos valores  $z_0$  e  $Z$  de  $z$ .

Teremos

$$z = \varphi(t) + i\psi(t), \quad \frac{dz}{dt} = \varphi'(t) + i\psi'(t),$$

$$z_0 = \varphi(t_0) + i\psi(t_0), \quad Z = \varphi(T) + i\psi(T),$$

e

$$f(z) dz = [\Phi_1(t) + i\Psi_1(t)] [\varphi'(t) + i\psi'(t)] dt,$$

pondo

$$\Phi(x, y) = \Phi[\varphi(t), \psi(t)] = \Phi_1(t),$$

$$\Psi(x, y) = \Psi[\varphi(t), \psi(t)] = \Psi_1(t).$$

Posto isto, chama-se *integral definido* de  $f(z) dz$  ao longo da linha  $S$ , que une o ponto  $(x_0, y_0)$  a  $(X, Y)$ , e representa-se por  $\int_{z_0}^Z f(z) dz$  ou por  $\int_S f(z) dz$ , a função de  $z_0$  e  $Z$ , que se determina por meio da igualdade (1)

$$(3) \int_{z_0}^Z f(z) dz = \int_{t_0}^T [\Phi_1(t) + i\Psi_1(t)] [\varphi'(t) + i\psi'(t)] dt,$$

fazendo a integração e substituindo depois  $t_0$  e  $T$  pelos seus valores expressos em  $z_0$  e  $Z$ .

¶. — Os integraes definidos tomados entre limites imaginarios gozam das mesmas propriedades que os integraes definidos tomados entre limites reaes, considerados no capitulo II, como vamos vêr.

¶ — Sejam  $z_0, z'_1, z_1, z'_2, z_2, \dots, z_{m-1}, z'_m, Z$  uma série de valores successivos que toma  $z$  na passagem de  $z_0$  para  $Z$ , e sejam  $t_0, t'_1, t_1, t'_2, t_2, \dots, t_{m-1}, t'_m, T$  os valores correspondentes de  $t$ . Dadas certas circumstancias, indicadas na demonstração seguinte, o integral  $\int_S f(z) dz$  é o limite para que tende a somma

$$f(z'_1)(z_1 - z_0) + f(z'_2)(z_2 - z_1) + \dots + f(z'_m)(Z - z_{m-1})$$

quando todas as differenças  $z_1 - z_0, z_2 - z_1, \dots$  tendem para zero.

Com effeito, temos

$$\begin{aligned} & \Sigma f(z'_{n+1})(z_{n+1} - z_n) \\ &= \Sigma [\Phi_1(t'_{n+1}) + i\Psi_1(t'_{n+1})] [\varphi(t_{n+1}) - \varphi(t_n) + i\psi(t_{n+1}) - i\psi(t_n)]. \end{aligned}$$

Mas (C. D. n.º 62) é

$$\Sigma \Phi_1(t'_{n+1}) [\varphi(t_{n+1}) - \varphi(t_n)]$$

(1) Cauchy: — *Mémoire sur les intégrales définies prises entre limites imaginaires*, 1825.

$$= \Sigma \Phi_1 (t'_{n+1}) \varphi' [t_n + \theta_n (t_{n+1} - t_n)] (t_{n+1} - t_n)$$

$$= \Sigma \{ \Phi_1 [t_n + \theta_n (t_{n+1} - t_n)] + \epsilon_n \} \varphi' [t_n + \theta_n (t_{n+1} - t_n)] (t_{n+1} - t_n),$$

representado por  $\theta_n$  uma quantidade compreendida entre 0 e 1 e por  $\epsilon_n$  a diferença

$$\epsilon_n = \Phi_1 (t'_{n+1}) - \Phi_1 [t_n + \theta_n (t_{n+1} - t_n)],$$

a respeito da qual observaremos que, por estarem as quantidades  $t'_{n+1}$  e  $t_n + \theta_n (t_{n+1} - t_n)$  compreendidas entre  $t_n$  e  $t_{n+1}$ , e por ser continua a função  $\Phi_1 (t)$ , no intervalo de  $t_0$  a  $T$ , a cada valor da quantidade positiva  $\delta$ , por mais pequeno que seja, corresponde um numero  $\eta$ , independente de  $n$ , tal que é  $|\epsilon_n| < \delta$ , quando  $|t_{n+1} - t_n| < \eta$ .

Se notarmos agora que temos, representando por  $M$  o maior valor que toma  $\varphi' (t)$  quando  $t$  varia desde  $t_0$  até  $T$ ,

$$(A) \quad \left\{ \begin{array}{l} |\Sigma \epsilon_n \varphi' [t_n + \theta_n (t_{n+1} - t_n)] (t_{n+1} - t_n)| \\ < \delta M \Sigma |t_{n+1} - t_n|, \end{array} \right.$$

e, representando por  $T_1, T_2$ , etc. os pontos em que  $t$  muda de signal quando  $z$  varia desde  $z_0$  até  $Z$ ,

$$\Sigma |t_{n+1} - t_n| = |T_1 - t_0| + |T_2 - T_1| + \dots,$$

e que, se o numero d'estes pontos fôr finito, o segundo membro d'esta igualdade é finito, vê-se que o primeiro membro da desigualdade (A) tende para zero quando as diferenças  $t_{n+1} - t_n$  tendem todas para zero.

A igualdade anterior dá portanto, quando as diferenças  $t_{n+1} - t_n$  tendem todas para zero,

$$\lim \Sigma \Phi_1 (t'_{n+1}) [\varphi (t_{n+1}) - \varphi (t_n)]$$

$$= \lim \Sigma \Phi_1 [t_n + \theta_n (t_{n+1} - t_n)] \varphi' [t_n + \theta_n (t_{n+1} - t_n)] (t_{n+1} - t_n)$$

$$= \int_{t_0}^T \Phi_1 (t) \varphi' (t) dt.$$

Do mesmo modo se acha

$$\begin{aligned} \lim \Sigma \Phi_1 (t'_{n+1}) [\psi (t_{n+1}) - \psi (t_n)] \\ = \int_{t_0}^T \Phi_1 (t) \psi' (t) dt. \end{aligned}$$

D'estas igualdades, das igualdades que se obtêm mudando n'estas  $\Phi_1$  em  $\Psi_1$  e da igualdade de que se partiu resulta

$$\begin{aligned} \lim \Sigma f (z'_{n+1}) (z_{n+1} - z_n) \\ = \int_{t_0}^T [\Phi_1 (t) + i \Psi_1 (t)] [\varphi' (t) + i \psi' (t)] dt = \int_S f(z) dz, \end{aligned}$$

que é o que se queria demonstrar.

**II** — A derivada de  $\int_{z_0}^Z f(z) dz$  relativamente a  $Z$  é igual a  $f(Z)$ .

Com effeito, derivando (3) relativamente a  $T$ , vem

$$\begin{aligned} \frac{d \int_{z_0}^Z f(z) dz}{dT} &= [\Phi_1 (T) + i \Psi_1 (T)] [\varphi' (T) + i \psi' (T)] \\ &= f(Z) \frac{dZ}{dT}. \end{aligned}$$

Logo temos

$$\frac{d \int_{z_0}^Z f(z) dz}{dZ} = f(Z).$$

**III** — Se  $z_0$  e  $Z$  representam dois pontos da linha  $S$  descripta pela variavel  $z$ , quando passa de  $z_0$  para  $Z$ , e se  $F(z)$  é uma funcção continua cuja derivada é  $f(z)$ , temos

$$\int_S f(z) dz = F(Z) - F(z_0).$$

Se a funcção  $F(z)$  tem mais do que um valor, para cada valor de  $z$ , deve escolher-se  $F(z_0)$  e  $F(Z)$  de modo que  $F(z)$

varie segundo a lei da continuidade na passagem de  $F(z_0)$  até  $F(Z)$ .

Se a função  $F(z)$  é uniforme e  $z$  descreve uma curva fechada, é  $F(z_0) = F(Z)$  e portanto

$$\int_S f(z) dz = 0.$$

Assim, por exemplo, se é  $f(z) = z^m$ ,  $m$  representando um numero inteiro diferente de  $-1$ , temos

$$\int z^m dz = \frac{z^{m+1}}{m+1} + C,$$

e portanto, quando  $z$  descreve uma linha fechada,

$$\int_S z^m dz = 0.$$

Adiante faremos uso d'este resultado.

**IV**—Se a linha  $S$ , descripta por  $z$ , fôr decomposta nas partes  $A$ ,  $B$ , etc., temos

$$\int_S f(z) dz = \int_A f(z) dz + \int_B f(z) dz + \dots$$

**V**—Se  $\int_S f(z) dz$  representar um integral tomado ao longo da linha  $S$ , e  $\int_{-S} f(z) dz$  representar um integral tomado ao longo da mesma linha, quando a variavel  $z$  descreve em sentido contrario, temos

$$\int_S f(z) dz = - \int_{-S} f(z) dz.$$

**VI**—O primeiro theorema da média pôde ser facilmente estendido aos integraes que estamos considerando. Com effeito, temos, representando por  $\omega$  o argumento de  $\frac{\varphi'(t) + i \psi'(t)}{\sqrt{\varphi'^2(t) + \psi'^2(t)}}$ , e notando que o seu módulo é igual a



$$\int_S f(z) dz = \int_0^T [\Phi_1(t) + i\Psi_1(t)] e^{i\omega} \sqrt{\varphi'^2(t) + \psi'^2(t)} dt,$$

e portanto, em virtude do theorema demonstrado no n.º 2,

$$\int_S f(z) dz = \lambda_1 [\Phi_1(t_1) + i\Psi_1(t_1)] \int_{t_0}^T \sqrt{\varphi'^2(t) + \psi'^2(t)} dt.$$

Esta formula dá, chamando  $s$  o comprimento do arco da curva  $S$ , comprehendida entre os pontos  $z_0$  e  $Z$ , e por  $z_1$  o valor de  $z$  correspondente ao valor  $t_1$  de  $t$ ,

$$(4) \quad \int_S f(z) dz = \lambda_1 s f(z_1).$$

N'esta formula  $\lambda_1$  representa um numero cujo módulo está comprehendido entre 0 e  $\sqrt{2}$ , e  $z_1$  um dos valores que toma  $z$  quando descreve a curva  $S$ .

De (4) deduz-se, representando por  $F(z)$  uma funcção cuja derivada é  $f(z)$ ,

$$(5) \quad F(Z) - F(z_0) = \lambda_1 s F'(z_1).$$

Se  $z$  descreve uma recta entre  $z_0$  e  $Z$ , temos

$$s = \sqrt{(X - x_0)^2 + (Y - y_0)^2} = |Z - z_0|,$$

e portanto, pondo  $Z - z_0 = |Z - z_0| e^{i\alpha}$ ,

$$F(Z) - F(z_0) = \lambda_1 e^{-i\alpha} (Z - z_0) F'(z_1),$$

ou, representando ainda  $\lambda_1 e^{-i\alpha}$  por  $\lambda_1$ ,

$$F(Z) - F(z_0) = \lambda_1 (Z - z_0) F'(z_1),$$

resultado já demonstrado no *Calculo Differential*.

Baseando-se na igualdade (5), pode-se estender o theorema demonstrado no n.º 130 do *Calculo Differential*, na hypothese de  $z$  descrever linhas rectas, ao caso de  $z$  descrever curvas.

**VIII** — Raciocinando como na pag. 84 do t. XII, vê-se que o theorema seguinte, demonstrado n'este numero para o caso das variaveis reaes subsiste no caso das variaveis imaginarias:

Se  $\varphi(z)$ ,  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ , etc. representam funções contínuas de  $z$  ao longo da linha  $S$ , e se a série

$$f(z) = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$$

é uniformemente convergente na mesma linha, temos

$$\int_S f(z) dz = \int_S u_1 dz + \int_S u_2 dz + \dots$$

D'este theorema tira-se o corollario seguinte, já demonstrado por outro modo no *Calculo Differencial*:

Se, n'uma área  $A$ , a série

$$F(z) = v_1 + v_2 + \dots + v_n + \dots,$$

(onde  $v_1$ ,  $v_2$ , etc. representam funções de  $z$ ) é convergente e a série das derivadas

$$v'_1 + v'_2 + \dots + v'_n + \dots$$

é uniformemente convergente, temos

$$F'(z) = v'_1 + v'_2 + \dots + v'_n + \dots,$$

na mesma área.

Com effeito, temos, por hypothese,

$$f(z) = v'_1 + v'_2 + \dots + v'_n + \dots,$$

na área  $A$ , e portanto, integrando ao longo de uma linha qualquer  $S$  partindo de  $z_0$  e contida na área considerada,

$$\int_S f(z) dz = C + v_1 + v_2 + \dots + v_n + \dots$$

Logo

$$F(z) = \int_S f(z) dz + C;$$

o que dá a igualdade, que tem logar ao longo da linha  $S$ :

$$F'(z) = f(z) = v'_1 + v'_2 + \dots,$$

da qual se tira o principio enunciado.

**VIII** — Os theoremas relativos á derivação dos integraes, demonstrados para as variaveis reaes, subsistem no caso das variaveis imaginarias, como é facil de vêr.

**S.** — Uma questão importante se apresenta agora a respeito dos integraes definidos ao longo de linhas, que consistem em procurar qual é a influencia do caminho seguido pela variavel sobre o valor do integral. A este respeito deu Cauchy o seguinte theorema fundamental, que constitue uma das mais importantes descobertas d'este grande geometra :

*Se a funcção  $f(z)$  fôr uniforme e admittir uma derivada  $f'(z)$  continua e uniforme, em toda a área  $A$  limitada por um contôrno fechado e sobre este contôrno, o integral definido de  $f(z) dz$  ao longo do contôrno da área é nullo.*

Têm sido dadas muitas demonstraões d'este theorema importante. A seguinte, que é muito simples, é devida a Cour-sat <sup>(1)</sup>, e baseia-se no lemma seguinte, que vamos primeiramente demonstrar :

Representando por  $z$  e  $z'$  dous valores de  $z$ , representados por pontos da área  $A$ , e por  $\varepsilon$  a quantidade

$$\varepsilon = \frac{f(z) - f(z')}{z - z'} - f'(z').$$

a cada valor da quantidade positiva  $\delta$ , por mais pequeno que seja, corresponde um numero  $\eta$  tal que a desigualdade

$$|\varepsilon| < \delta$$

é satisfeita por todos os valores de  $z$  e  $z'$  que satisfazem á condição

$$|z - z'| < \eta.$$

(1) *Acta mathematica*, t. IV, pag. 196.

Com effeito, applicando a ultima formula do n.º 7—VI à funcção

$$f(z) - f(z') - (z - z') f'(z'),$$

vem

$$\begin{aligned} f(z) - f(z') - (z - z') f'(z') \\ = \lambda_1 (z - z') [f'(z_1) - f'(z')], \end{aligned}$$

representando por  $z_1$  um valor representado por um ponto da recta que une  $z$  a  $z'$ .

Mas, por ser continua a funcção  $f'(z)$  na área  $A$ , a cada valor de  $\delta'$ , por mais pequeno que seja, corresponde um numero  $\eta$  tal que é

$$|f'(z) - f'(z')| < \delta',$$

quando  $|z - z'| < \eta$ . Logo temos a desigualdade

$$|\varepsilon| = \left| \frac{f(z) - f(z')}{z - z'} - f'(z') \right| = |\lambda_1| |f'(z_1) - f'(z')| < \delta' \sqrt{2},$$

da qual se tira o principio enunciado, pondo  $\delta' \sqrt{2} = \delta$ .

Posto isto, para demonstrar o theorema de Cauchy, decomponha-se a área  $A$  por meio de rectas parallelas a duas direcções rectangulares e equidistantes, e dê-se à distancia  $l$  entre estas parallelas um valor sufficientemente pequeno para que a distancia entre dois pontos quaesquer das áreas parciaes, em que se decompõe a área  $A$ , seja inferior a  $\eta$ . Forma-se assim uma série de quadrados, cujos lados são iguaes a  $l$ , e uma série de polygonos terminados por linhas rectas e curvas.

Chamando  $c_1, c_2$ , etc. os contórnos d'estas áreas parciaes, e fazendo a integração de  $f(z)$  ao longo de todos estes contórnos e no mesmo sentido que a integração ao longo do contórno  $S$  da área  $A$ , temos

$$(u) \quad \int_S f(z) dz = \int_{c_1} f(z) dz + \int_{c_2} f(z) dz + \dots$$

Com effeito, no segundo membro d'esta igualdade entram os integraes relativos a todos os lados das figuras  $c_1, c_2$ , etc.

Os integraes que correspondem ás rectas auxiliares são dois a dois iguaes e de signal contrario, por ser cada recta descrita duas vezes, cada uma em seu sentido, quando  $z$  descreve os contornos de duas figuras adjacentes reunidas pela recta considerada; e os integraes que correspondem ás linhas que fazem parte do contorno  $S$  dão uma somma igual a  $\int_S f(z) dz$ , por ser igual a  $S$  a somma d'estas linhas.

Consideremos agora uma qualquer das figuras em que se decompôz  $A$ , e sejam  $c$  o seu contorno,  $z'$  um ponto do seu interior e  $z$  um ponto do contorno. Teremos

$$\frac{f(z) - f(z')}{z - z'} = f'(z') + \epsilon,$$

ou

$$f(z) = f(z') + f'(z')(z - z') + \epsilon(z - z');$$

e portanto

$$\begin{aligned} \int_c f(z) dz &= [f(z') - z' f'(z')] \int_c dz \\ &+ f'(z') \int_c z dz + \int_c \epsilon(z - z') dz, \end{aligned}$$

ou (n.º 7 - III)

$$\int_c f(z) dz = \int_c \epsilon(z - z') dz.$$

Temos pois, notando que é  $|dz|^2 = dx^2 + dy^2 = ds^2$   
 e  $|\epsilon| < \delta$ ,

$$\begin{aligned} \left| \int_c f(z) dz \right| &= \left| \int_c \epsilon(z - z') dz \right| \leq \int_c |\epsilon| |z - z'| ds \\ &< \delta \int_c |z - z'| ds. \end{aligned}$$

ou, attendendo a que  $z$  e  $z'$  representam dois pontos de um

quadrado cujo lado é igual  $l$ , e que a sua distancia  $|z - z'|$  não pôde exceder o comprimento  $l\sqrt{2}$  da diagonal,

$$\left| \int_c f(z) dz \right| < \delta l \sqrt{2} \int_c ds.$$

D'esta desigualdade tira-se, no caso de  $c$  limitar um dos quadrados, em que se decompoz  $A$ ,

$$(b) \quad \left| \int_c f(z) dz \right| < 4\delta l^2 \sqrt{2},$$

visto ser  $\int_c ds = 4l$ .

Se a figura limitada por  $c$  não é um quadrado, o contôrno  $c$  compõe-se de uma parte formada pelas rectas auxiliares, a qual é inferior a  $4l$ , e de uma parte  $s_1$  pertencente ao contôrno de  $A$ , e temos porisso

$$\int_c ds < 4l + s_1,$$

e depois

$$(c) \quad \left| \int_c f(z) dz \right| < \delta l \sqrt{2} (4l + s_1).$$

A igualdade (a) dá, attendendo ás desigualdades (b) e (c),

$$\left| \int_S f(z) dz \right| \leq \sum \left| \int_c f(z) dz \right| < \delta \sqrt{2} (4M + s),$$

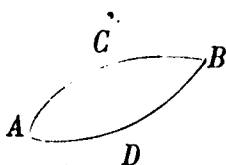
representando por  $M$  a somma das áreas dos quadrados que téem uma parte no interior da área  $A$ , e por  $s$  o comprimento de  $S$ .

D'esta desigualdade resulta immediatamente o theorema de Cauchy, visto que o segundo membro contendo um factor finito e um factor  $\delta$  que se pôde tornar tão pequeno quanto se queira, a desigualdade não pôde ter logar sem que seja

$$\int_S f(z) dz = 0.$$

2. — Do theorema de Cauchy deduzem-se immediatamente os seguintes corollarios:

1.º — O valor do integral  $\int_{z_0}^Z f(z) dz$  é sempre o mesmo, quaesquer que sejam as curvas seguidas pela variavel  $z$  na passagem de  $z_0$  para  $Z$ , se estas curvas estiverem todas na área  $A$ , na qual a função  $f(z)$  é uniforme e admite uma derivada uniforme e continua, e a área  $A$  fôr limitada por um unico contôrno.

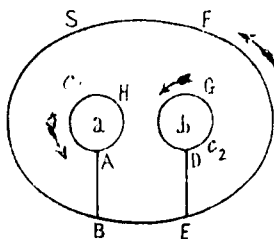


Com effeito, chamando  $K_1$  e  $K_2$  os valores do integral que correspondem respectivamente ás curvas  $ACB$  e  $ADB$ , será  $-K_2$  o valor do integral correspondente ao caminho  $BDA$ . Mas, pelo theorema precedente, é  $K_1 - K_2 = 0$ . Logo será  $K_1 = K_2$ .

2.º — Se a função  $f(z)$  fôr uniforme e admitir uma derivada uniforme e continua n'uma área limitada pela curva exterior  $S$  e pelas curvas interiores  $c_1, c_2, etc.$ , temos

$$\int_S f(z) dz = \int_{c_1} f(z) dz + \int_{c_2} f(z) dz + \dots,$$

os contôrnos  $S, c_1, c_2, etc.$  sendo descriptos todos no mesmo sentido.



Com effeito, o contôrno fechado  $EDGDEBAHABFE$  limita uma área na qual a função  $f(z)$  é uniforme e tem uma derivada uniforme e continua; logo o theorema de Cauchy é applicavel, e temos, representando por  $(ED), (DGD), etc.$  os integraes de  $f(z) dz$  tomados ao longo de  $ED, DGD, etc.$ ,

$$(ED) + (DGD) + (DE) + (EB) + (BA)$$

$$+ (AHA) + (AB) + (BFE) = 0.$$

Mas

$$(ED) = - (DE), (BA) = - (AB).$$

Logo temos

$$(DGD) + (EB) + (AHA) + (BFE) = 0,$$

ou

$$(EFBE) = (DGD) + (AHA),$$

o que demonstra o principio enunciado.

3.º — Se  $f(z)$  fôr uniforme e admittir uma derivada uniforme e continua na área limitada por um unico contôrno  $S$ , e se  $a$  representar um ponto do interior d'esta área, serã

$$f(a) = \frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{f(z) dz}{z - a}.$$

Temos, com effeito, representando por  $c$  uma circumferencia de raio  $\rho$ , cujo centro seja o ponto representado por  $a$  e que esteja collocada no interior da curva  $S$ ,

$$\int_S \frac{f(z) dz}{z - a} = \int_c \frac{f(z) dz}{z - a}.$$

Mas, pondo  $z - a = \rho e^{i\omega}$ , vem

$$\int_c \frac{f(z) dz}{z - a} = i \int_0^{2\pi} f(a + \rho e^{i\omega}) d\omega.$$

Logo

$$\int_S \frac{f(z) dz}{z - a} = \int_c \frac{f(z) dz}{z - a} = i \left[ \int_0^{2\pi} f(a) d\omega + \int_0^{2\pi} \varepsilon d\omega \right],$$

pondo  $\varepsilon = f(a + \rho e^{i\omega}) - f(a)$ .

Mas, por ser continua a funcção  $f(z)$ , a cada valor de  $\delta$ , por mais pequeno que seja, corresponde um numero  $\rho_1$  tal que é



$$|f(a + \rho e^{i\omega}) - f(a)| < \delta.$$

quando  $\rho < \rho_1$ , e este valor de  $\rho_1$  é independente de  $\omega$ . Logo é  $|\varepsilon| < \delta$ , e

$$\left| \int_0^{2\pi} \varepsilon d\omega \right| < \int_0^{2\pi} |\varepsilon| d\omega < 2\pi\delta.$$

A segunda das parcelas que entra no segundo membro da igualdade precedente tende pois para zero, quando  $\rho$  tende para zero; e temos

$$\int_S \frac{f(z) dz}{z - a} = i \int_0^{2\pi} f(a) d\omega = 2i\pi f(a),$$

que é o theorema enunciado.

O theorema de Cauchy e os corollarios importantes que este grande geometra tirou do seu theorema têm uma importancia consideravel em analyse, como se verá nas applicações que d'elles vamos fazer á theoria geral das funcções.

### III

#### Applicação do theorema de Cauchy ao desenvolvimento das funcções em série ordenada segundo as potencias inteiras da variavel

**10.** — FORMULA DE TAYLOR. THEOREMA DE CAUCHY. — Seja  $f(z)$  uma funcção uniforme, que admite uma derivada uniforme e continua na área fechada por um contórno unico  $S$ , sejam  $a$  e  $z$  dous numeros representados por dous pontos collocados no interior da mesma área, e seja  $t$  um ponto do contórno.

A identidade conhecida

$$\frac{1}{t-z} = \frac{1}{t} + \frac{z}{t^2} + \frac{z^2}{t^3} + \dots + \frac{z^{n-1}}{t^n} + \frac{z^n}{t^n(t-z)}$$

dá, substituindo  $z$  por  $z - a$  e  $t$  por  $t - a$ ,

$$\frac{1}{t - z} = \frac{1}{t - a} + \frac{z - a}{(t - a)^2} + \dots + \frac{(z - a)^{n-1}}{(t - a)^n} \\ + \frac{(z - a)^n}{(t - a)^n (t - z)},$$

e depois, multiplicando ambos os membros por  $f(t) dt$  e integrando ao longo do contorno  $S$ ,

$$\int_S \frac{f(t) dt}{t - z} = \int_S \frac{f(t) dt}{t - a} + (z - a) \int_S \frac{f(t) dt}{(t - a)^2} + \dots \\ + (z - a)^{n-1} \int_S \frac{f(t) dt}{(t - a)^n} + (z - a)^n \int_S \frac{f(t) dt}{(t - a)^n (t - z)}.$$

Temos porém

$$2i\pi f(a) = \int_S \frac{f(t) dt}{t - a}, \quad 2i\pi f(z) = \int_S \frac{f(t) dt}{t - z}$$

e, derivando em ordem a  $a$  ambos os membros da primeira igualdade,

$$2i\pi f'(a) = \int_S \frac{f(t) dt}{(t - a)^2},$$

$$2i\pi f''(a) = 2! \int_S \frac{f(t) dt}{(t - a)^3},$$

.....

$$2i\pi f^{n-1}(a) = (n - 1)! \int_S \frac{f(t) dt}{(t - a)^n}.$$

Logo será

$$f(z) = f(a) + (z - a) f'(a) + \frac{1}{2!} (z - a)^2 f''(a) + \dots \\ + \frac{(z - a)^{n-1}}{(n - 1)!} f^{n-1}(a) + R_n,$$

onde é

$$R_n = \frac{(z - a)^n}{2i\pi} \int_S \frac{f(t) dt}{(t - a)^n (t - z)}$$

Vê-se pois que a *formula de Taylor* tem logar no caso das variaveis imaginarias, o que tinha já sido demonstrado por um methodo differente no *Calculo Differencial*. Da expressão do resto  $R_n$ , que vimos de achar, deduziu Cauchy um theorema notavel, que vamos vêr.

Applicando o theorema demonstrado no n.º 7 -- VI ao integral que entra na expressão de  $R$ , vem

$$R_n = \frac{\lambda_1 s}{2i\pi} \left( \frac{z - a}{t_1 - a} \right)^n \frac{f'(t_1)}{t_1 - z},$$

onde  $t_1$  representa um numero representado por um ponto do contôrno  $S$ . Notando agora que para todos os valores de  $z$  representados pelos pontos de um circulo de centro  $a$ , collocado no interior da curva  $S$ , é  $|z - a| < |t - a|$ , conclue-se d'esta expressão de  $R_n$  que esta quantidade tende para zero, quando  $n$  tende para o infinito. Temos pois o theorema seguinte:

*Se a funcção  $f(z)$  é uniforme e admite uma derivada uniforme e continua na área limitada por uma circumferencia, e se  $z$  representa um ponto qualquer collocado no interior d'esta área, tem logar o desenvolvimento em série*

$$f(z) = f(a) + (z - a) f'(a) + \dots + \frac{(z - a)^n}{n!} f^n(a) + \dots$$

**11.** — Da analyse empregada para demonstrar o theorema de Cauchy deduz-se uma desigualdade de que teremos de fazer uso.

A igualdade

$$2i\pi f^n(a) = n! \int_S \frac{f(t) dt}{(t - a)^{n+1}}$$

dá

$$|f^n(a)| = \frac{n!}{2\pi} \left| \int_S \frac{f(t) dt}{(t - a)^{n+1}} \right|.$$

ou, por ser  $| dt | = | dx + i dy | = \sqrt{dx^2 + dy^2} = ds$ ,

$$| f^n (a) | \geq \frac{n!}{2\pi} \int_S \left| \frac{f(t)}{(t-a)^{n+1}} \right| ds;$$

e portanto, representa por  $r$  a mais curta distancia do ponto  $a$  ao contôrno  $S$ , por  $M$  o maior valor que toma  $| f(t) |$  quando  $t$  descreve o contôrno e por  $s$  o comprimento do contôrno,

$$| f^n (a) | \geq \frac{n! Ms}{2\pi r^{n+1}}.$$

**12.** — D'esta desigualdade tira-se o theorema seguinte, devido a Liouville:

*Se a funcção  $f(z)$  é uniforme e admite uma derivada uniforme e continua para todo o valor finito de  $z$ , e se, quando  $z$  tende para o infinito, o módulo d'esta funcção fica constantemente inferior a um limite fixo  $L$ , a funcção reduz-se a uma constante.*

Temos, com effeito, por maior que seja  $z$ ,

$$f(z) = f(a) + (z-a)f'(a) + \dots + \frac{(z-a)^n}{n!} f^n(a) + \dots,$$

e, suppondo  $S$  uma circumferencia de raio  $r$ ,

$$| f^n(a) | \geq \frac{n! M}{r^n} < \frac{n! L}{r^n}.$$

Como esta desigualdade deve ter logar por maior que seja  $r$ , temos  $f^n(a) = 0$ , qualquer que seja  $n$ , e portanto

$$f(z) = f(a),$$

o que demonstra o theorema.

**13.** — Do theorema que vimos de demonstrar deduz-se o seguinte:

*E' condição necessaria e sufficiente para que uma funcção  $f(z)$ , que é uniforme e admite uma derivada uniforme e con-*

linha para todo o valor finito de  $z$ , seja uma função racional inteira, que exista um numero  $n$  tal que  $\frac{f(z)}{z^n}$  tenda para um limite finito quando  $z$  tende para infinito.

Por ser uniforme a função  $f(z)$  e admitir uma derivada uniforme e continua em todo o plano, deve ser

$$f(z) = A_0 + A_1 z + \dots + A_n z^n + \dots,$$

qualquer que seja o valor finito que se dê a  $z$ .

Posto isto, se a função  $f(z)$  é racional inteira do grão  $n$ , temos

$$f(z) = A_0 + A_1 z + \dots + A_n z^n,$$

e portanto

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{f(z)}{z^n} = A_n.$$

Reciprocamente, se o quociente  $\frac{f(z)}{z^n}$  tende para um limite finito quando  $z$  tende para o infinito, a igualdade

$$\frac{f(z)}{z^n} - \frac{A_0}{z^n} - \frac{A_1}{z^{n-1}} - \dots - \frac{A_{n-1}}{z} = A_n + A_{n+1} z + \dots$$

mostra que o módulo de

$$A_n + A_{n+1} z + \dots$$

não póde augmentar indefinidamente com  $z$ , e portanto, em virtude do theorema anterior, esta quantidade é constante. Temos pois  $A_{n+1} = 0$ ,  $A_{n+2} = 0$ , etc., e

$$f(z) = A_0 + A_1 z + \dots + A_n z^n.$$

**14.** — THEOREMA DE LAURENT. — Seja  $f(z)$  uma função uniforme e que admite uma derivada uniforme e continua na corôa circular comprehendida entre duas circumferencias  $C$  e  $C'$  concentricas, seja  $a$  o centro das circumferencias, seja  $z$  um ponto situado sobre a corôa, e  $\rho$  o raio de um circulo infinitamente pequeno  $c$ , de centro  $z$ , collocado todo na corôa.

Os corollarios 2.º e 3.º do theorema de Cauchy, demonstrados no n.º 9, dão

$$\int_{\sigma} \frac{f(t) dt}{t-z} = \int_{\sigma'} \frac{f(t) dt}{t-z} + \int_{\sigma} \frac{f(t) dt}{t-z},$$

$$\frac{1}{2i\pi} \int_{\sigma} \frac{f(t) dt}{t-z} = f(z),$$

d'onde se tira

$$(A) \quad f(z) = \frac{1}{2i\pi} \left[ \int_{\sigma} \frac{f(t) dt}{t-z} - \int_{\sigma'} \frac{f(t) dt}{t-z} \right].$$

O primeiro dos integraes, que entram n'esta igualdade, foi já considerado no n.º 10. Por ser

$$|t-a| > |z-a|,$$

este integral é susceptível de ser desenvolvido em série ordenada segundo as potencias inteiras positivas de  $z-a$ .

Consideremos o segundo integral. A identidade

$$\frac{1}{t-z} = - \left[ \frac{1}{z-a} + \frac{t-a}{(z-a)^2} + \dots \right. \\ \left. + \frac{(t-a)^{k-1}}{(z-a)^k} + \frac{(t-a)^k}{(z-t)(z-a)^k} \right],$$

dá

$$\int_{\sigma'} \frac{f(t) dt}{t-z} = - \left[ \frac{1}{z-a} \int_{\sigma'} f(t) dt + \frac{1}{(z-a)^2} \int_{\sigma'} f(t) (t-a) dt \right. \\ \left. + \dots + \frac{1}{(z-a)^k} \int_{\sigma'} f(t) (t-a)^{k-1} dt + R, \right.$$

onde

$$R = \frac{1}{(z-a)^k} \int_{\sigma'} \frac{f(t) (t-a)^k dt}{z-t}.$$

Temos porém (n.º 110 — VI)

$$R = \lambda_1 \left( \frac{t_1 - a}{z - a} \right)^k s' \frac{f(t_1)}{z - t_1},$$

onde  $t_1$  representa um numero representado por um ponto de curva  $C'$ ; e esta expressão de  $R$  faz vêr que  $R$  tende para zero quando  $k$  tende para o infinito, visto que é  $|t_1 - a| < |z - a|$ .

Logo o segundo dos integraes que entram na formula (A) é susceptível de ser desenvolvido em série ordenada segundo as potencias inteiras negativas de  $z - a$ .

Temos pois para  $f(z)$  um desenvolvimento da fôrma

$$f(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m (z - a)^m,$$

ordenado segundo as potencias inteiras, positivas e negativas, de  $z = a$ .

**15.** — Se a funcção  $f(z)$  é uniforme e admite uma derivada uniforme e continua na visinhança do ponto  $z = a$ , temos (n.º 113), na visinhança do ponto  $a$ ,

$$f(z) = A_0 + A_1(z - a) + \dots + A_n(z - a)^n + \dots$$

onde  $A_0 = f(a)$ ,  $A_1 = f'(a)$ ,  $\dots$ , e a funcção  $f(z)$  é regular no ponto  $a$ .

Se a funcção  $f(z)$  é uniforme e admite uma derivada uniforme e continua em todo o plano, esta funcção é susceptível do desenvolvimento em série (n.º 113)

$$f(z) = A_0 + A_1(z - a) + \dots + A_n(z - a)^n + \dots$$

qualquer que seja o valor da constante  $a$ , e esta série é convergente e tem por limite  $f(z)$ , qualquer que seja o valor da variavel  $z$ . N'este caso a funcção  $f(z)$  diz-se *inteira* ou *holomorpha* (C. D. n.º 143), e é *racional* ou *transcendente* segundo o numero das parcelas do desenvolvimento é finito ou infinito. As principaes propriedades d'estas funcções foram estudadas nos n.ºs 43 a 148 do *Calculo Differencial*.

Se a funcção  $f(z)$  é uniforme e admite uma derivada uni-

forme e continua sómente n'uma área dada  $A$ , o desenvolvimento considerado tem logar na visinhança de cada ponto  $a$  do interior da área considerada, e a funcção  $f(z)$  diz-se *holomorpha* ou *regular* na área  $A$ . Nos n.ºs 141 e 142 do *Calculo Differential* foram estudadas algumas propriedades d'estas funcções.

Se a funcção  $f(z)$  é uniforme na área  $A$  e admite uma derivada uniforme e continua em todos os pontos d'esta área, exceptuando certos pontos isolados  $b_1, b_2, \text{etc.}$ , teremos, em virtude do theorema de Laurent, na visinhança dos pontos  $b_1, b_2, \dots, b_m, \dots$ ,

$$f(z) = A_0 + A_1(z - b_m) + \dots + A_n(z - b_m)^n + \dots \\ + \frac{B_1}{z - b_m} + \frac{B_2}{(z - b_m)^2} + \dots + \frac{B_n}{(z - b_m)^n} + \dots$$

N'este caso, cada ponto  $b_m$  diz-se um *pólo* da funcção, se o numero das parcelas que entram na segunda linha do desenvolvimento precedente é finito, e um ponto *singular essencial*, se este numero é infinito. Nos outros pontos a funcção é regular.

No caso de  $b_m$  ser um pólo, a maior potencia de  $\frac{1}{z - b_m}$  no desenvolvimento precedente chama-se *gráo de multiplicidade do pólo*  $b_m$ . Um pólo diz-se *simplex*, *duplo*, *triplo*, *etc.*, segundo este gráo de multiplicidade é igual a um, dois, tres, *etc.*

Nos n.ºs 149 a 152 do *Calculo Differential* foram estudadas as propriedades fundamentaes das funcções uniformes em todo o plano, que admittem pólos e pontos singulares essenciaes isolados e são regulares em todos os outros pontos.

Toda a funcção uniforme que admite pólos e é regular em todos os outros pontos diz-se *meromorpha* ou *fraccionaria*, e póde ser *racional* ou *transcendente*.

Se na visinhança d'um ponto  $a$  a funcção  $f(z)$  não é uniforme, o ponto  $a$  diz-se um *ponto critico*.

Os pontos nos quaes uma funcção é regular e na visinhança dos quaes é uniforme dizem-se *pontos ordinarios* da funcção. Os outros pontos dizem-se *singulares*. Os pólos, os pontos essenciaes e os pontos criticos são pois pontos singulares.

**16.** -- Para saber se um ponto  $b_m$  no qual a funcção



$f(z)$  se torna infinita é um pólo, pode-se seguir dous caminhos. O primeiro consiste em procurar se existe uma potencia inteira e positiva de  $z - b_m$  tal que o producto de  $f(z)$  por essa potencia dê uma funcção que seja regular no ponto  $b_m$ . Com effeito, no caso de  $b_m$  ser um pólo de  $f(z)$ , temos

$$f(z) = \frac{B_1}{z - b_m} + \dots + \frac{B_\alpha}{(z - b_m)^\alpha} + P(z - b_m),$$

$P(z - b_m)$  representando uma série ordenada segundo as potencias inteiras positivas de  $z - b_m$ , e portanto  $(z - b_m)^\alpha f(z)$  é da fórma

$$(z - b_m)^\alpha f(z) = A_0 + A_1(z - b_m) + \dots + A_n(z - b_m)^n + \dots;$$

e reciprocamente, se  $(z - b_m)^\alpha f(z)$  é regular no ponto  $b_m$ , temos

$$(z - b_m)^\alpha f(z) = A_0 + A_1(z - b_m) + \dots + A_n(z - b_m)^n + \dots,$$

e portanto

$$f(z) = \frac{A_0}{(z - b_m)^\alpha} + \frac{A_1}{(z - b_m)^{\alpha-1}} + \dots,$$

o que mostra que  $b_m$  é um pólo.

O segundo processo consiste em procurar se a funcção  $\frac{1}{f(z)}$  é nulla e regular no ponto  $b_m$ . Com effeito, se  $b_m$  fôr um pólo, temos a igualdade

$$\frac{1}{(z - b_m)^\alpha f(z)} = \frac{1}{B_\alpha + B_{\alpha+1}(z - b_m) + \dots},$$

cujos segundo membro é susceptível de ser desenvolvido em série ordenada segundo as potencias inteiras positivas de  $z - b_m$ , que mostra que  $\frac{1}{f(z)}$  é nulla e regular no ponto  $b_m$ . Reciprocamente, se a funcção  $\frac{1}{f(z)}$  é nulla e regular no ponto  $b_m$ , temos

$$\frac{1}{f(z)} = (z - b_m)^\alpha [A'_0 + A'_1 (z - b_m) + \dots],$$

e portanto

$$\begin{aligned} f(z) &= \frac{1}{(z - b_m)^\alpha} \cdot \frac{1}{A'_0 + A'_1 (z - b_m) + \dots} \\ &= \frac{1}{(z - b_m)^\alpha} [A''_0 + A''_1 (z - b_m) + \dots] \\ &= \frac{A''_0}{(z - b_m)^\alpha} + \frac{A''_1}{(z - b_m)^{\alpha-1}} + \dots, \end{aligned}$$

o que mostra que o ponto  $b_m$  é um pólo.

**17.** — RESÍDUOS DAS FUNÇÕES. — Seja  $f(z)$  uma função uniforme de  $z$ , e seja  $a$  um pólo ou ponto singular essencial d'esta função. Será, na vizinhança d'este ponto,

$$f(z) = \frac{A_1}{z - a} + \frac{A_2}{(z - a)^2} + \frac{A_3}{(z - a)^3} + \dots + P(z - a),$$

$P(z - a)$  representando uma série ordenada segundo as potências inteiras e positivas de  $z - a$ .

Integrando os dois membros d'esta igualdade ao longo de uma circumferencia  $c$  de raio  $\rho$  e centro  $a$ , temos

$$\int_c f(z) dz = A_1 \int_c \frac{dz}{z - a} + A_2 \int_c \frac{dz}{(z - a)^2} + \dots + \int_c P(z - a) dz.$$

Mas, pondo  $z - a = \rho e^{i\omega}$ , vem •

$$\int_c \frac{dz}{z - a} = i \int_0^{2\pi} d\omega = 2i\pi,$$

$$\int_c \frac{dz}{(z - a)^2} = \frac{i}{\rho} \int_0^{2\pi} e^{-i\omega} d\omega = 0,$$

$$\int_c \frac{dz}{(z - a)^3} = \frac{i}{\rho^2} \int_0^{2\pi} e^{-2i\omega} d\omega = 0,$$

.....

e, em virtude do theorema de Cauchy,

$$\int_c P(z - a) dz = 0.$$

Logo

$$\int_c f(z) dz = 2i\pi A_1.$$

Ao coefficiente  $A_1$  de  $\frac{1}{z - a}$  no desenvolvimento de  $f(z)$  segundo as potencias inteiras, positivas e negativas, de  $z - a$  chama-se *residuo de  $f(z)$  relativamente a  $a$* . Pelo que precede vê-se que os residuos das funcções podem ser expressos por integraes curvilineos por meio da relação

$$A_1 = \frac{1}{2i\pi} \int_c f(z) dz.$$

A consideração dos residuos das funcções é devida a Cauchy. Do corollario 2.º do theorema de Cauchy (n.º 9) e da expressão que vimos de achar dos residuos por integraes curvilineos resulta immediatamente o seguinte theorema:

*Se a funcção  $f(z)$  fôr uniforme e admittir uma derivada uniforme e continua em toda a área  $A$  limitada por um unico contôrno  $S$ , excepto nos pontos isolados  $a, b, \text{etc.}$ , collocados no interior da área, temos*

$$\int_S f(z) dz = 2i\pi (A_1 + B_1 + \dots),$$

*chamando  $A_1, B_1, \text{etc.}$  os residuos de  $f(z)$  relativamente a  $a, b, \text{etc.}$*

**18.** — No que segue teremos frequentes vezes de determinar residuos de funcções dadas. Para essa determinação ponha-se  $z = a + h$  na funcção dada e desenvolva-se o resultado em série ordenada segundo as potencias de  $h$ , o que dá

$$f(a + h) = \frac{A_1}{h} + \frac{A_2}{h^2} + \dots + P(h).$$

O coeficiente  $A_1$  de  $\frac{1}{h}$  é o residuo de  $f(z)$  relativamente a  $a$ .

Os principios seguintes facilitam muitas vezes a indagação dos residuos das funcções:

1.º — Se a funcção  $f(z)$  admite um pólo no ponto  $a$  e o producto  $(z - a) f(z)$  tende para um limite finito  $F$  quando  $z$  tende para  $a$ , o limite  $F$  é o residuo de  $f(z)$  relativamente a  $a$ .

Temos, com effeito, por ser  $a$  um pólo de  $f(z)$ ,

$$f(z) = \frac{A_1}{z-a} + \frac{A_2}{(z-a)^2} + \dots + \frac{A_m}{(z-a)^m} + P(z-a),$$

e portanto

$$(z-a)f(z) = A_1 + \frac{A_2}{z-a} + \dots + \frac{A_m}{(z-a)^{m-1}} + (z-a)P(z-a).$$

Fazendo tender  $z$  para  $a$ , vem

$$F = A_1 + \lim_{z \rightarrow a} \left[ \frac{A_2}{z-a} + \dots + \frac{A_m}{(z-a)^{m-1}} \right]$$

o que não pôde ter logar sem que seja  $A_1 = F$ ,  $A_2 = 0$ , ...,  $A_m = 0$ . O limite  $F$  é pois o residuo de  $f(z)$  relativamente a  $a$ .

2.º — Se fôr

$$f(z) = \frac{F(z)}{F_1(z)},$$

$F(z)$  e  $F_1(z)$  representando funcções regulares no ponto  $a$ , e se  $a$  fôr uma raiz simples de  $F_1(z) = 0$ , teremos

$$f(z) = \frac{F(a) + (z-a)F'(a) + \dots}{(z-a)F_1'(a) + \frac{(z-a)^2}{2!}F_1''(a) + \dots},$$

o que mostra (n.º 16) que  $a$  é um pólo de  $f(z)$ , cujo residuo é dado pela igualdade

$$\lim_{z \rightarrow a} (z - a) f(z) = \frac{F'(a)}{F''(a)}.$$

Regras análogas, mas menos simples, têm logar no caso de  $a$  ser raiz múltipla de  $F_1(z) = 0$ .

**19.** — Se a função  $f(z)$  é meromorpha na área limitada pelo contórno  $S$ , entre o numero de zeros e o numero de pólos que a função tem no interior d'este contórno existe uma relação notavel que vamos achar.

Seja  $a$  um dos zeros que  $f(z)$  tem no interior de  $S$  e  $m$  o seu gráo de multiplicidade. Teremos

$$f(z) = (z - a)^m P(z - a),$$

$P(z - a)$  representando uma série ordenada segundo as potencias inteiras positivas de  $z - a$ , que não se annulla quando  $z = a$ .

D'esta igualdade tira-se a seguinte

$$\frac{f'(z)}{f(z)} = \frac{m}{z - a} + \frac{P'(z - a)}{P(z - a)},$$

a qual mostra que  $a$  é um pólo simples de  $\frac{f'(z)}{f(z)}$  e que o residuo d'esta função relativamente a  $a$  é igual a  $m$ .

Seja  $b$  um dos pólos que a função  $f(z)$  tem no interior da curva considerada, e  $n$  o seu gráo de multiplicidade.

Teremos a igualdade

$$(z - b)^n f(z) = P(z - b),$$

da qual se tira, como no caso anterior

$$\frac{f'(z)}{f(z)} = \frac{-n}{z - b} + \frac{P'(z - b)}{P(z - b)},$$

e vê-se que  $b$  é um pólo de  $\frac{f'(z)}{f(z)}$  e que o residuo correspondente é igual a  $-n$ .

Applicando agora à funcção  $\frac{f'(z)}{f(z)}$  o theorema demonstrado no n.º 17, temos

$$\frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{f'(z)}{f(z)} dz = \Sigma_1 m - \Sigma_2 n,$$

em que o numero de parcelas de  $\Sigma_1$  é igual ao numero de zeros e o numero de parcelas de  $\Sigma_2$  é igual ao numero de pólos que  $f(z)$  tem no interior de  $S$ .

Contando pois um pólo cujo grão de multiplicidade é  $n$  como  $n$  pólos iguaes, e um zero cujo grão de multiplicidade é  $m$  como  $m$  zeros iguaes, temos o theorema seguinte, devido a Cauchy:

*A differença entre o numero de zeros e o numero de pólos que a funcção  $f(z)$  tem no interior do contôrno  $S$  é igual ao integral*

$$\frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{f'(z)}{f(z)} dz,$$

*cada zero e cada pólo duplo, triplo, etc. devendo ser contado por dois, tres, etc. zeros ou pólos simples.*

**20.** — FUNÇÕES DE MUITAS VARIÁVEIS. — Vamos agora entender alguns dos theoremas demonstrados nos numeros anteriores ao caso das funcções de muitas variáveis.

Seja  $f(z_1, z_2)$  uma funcção de duas variáveis, sejam  $S$  e  $T$  os contôrnos que limitam duas áreas  $A$  e  $B$  nas quaes são respectivamente representados os valores de  $z_1, z_2$ , e supponhamos que, no interior da primeira área,  $f(z_1, z_2)$  é uma funcção holomorpha de  $z_1$  quando se considera  $z_2$  como constante, e que, no interior da segunda área,  $f(z_1, z_2)$  é funcção holomorpha de  $z_2$  quando se considera  $z_1$  como constante. Supponhamos ainda que cada área é limitada por um só contôrno.

Posto isto, se applicarmos à funcção considerada o theorema 3.º do n.º 9, tomando  $z_1$  para variavel, vem, suppondo  $a_1$  um ponto do interior da área  $A$  e  $t_2$  um ponto do contôrno  $T$ ,

$$f(a_1, t_2) = \frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{f(t_1, t_2) dt_1}{t_1 - a_1};$$

e applicando de novo o mesmo theorema á funcção  $f(a_1, z_2)$ , e representando por  $a_2$  um ponto do interior da área  $B$ ,

$$f(a_1, a_2) = \frac{1}{2i\pi} \int_T \frac{f(a_1, t_2) dt_2}{t_2 - a_2}.$$

D'esta igualdade e da anterior tira-se

$$(1') \quad f(a_1, a_2) = \left(\frac{1}{2i\pi}\right)^2 \int_T \int_S \frac{f(t_1, t_2) dt_2 dt_1}{(t_1 - a_1)(t_2 - a_2)}.$$

Temos assim a igualdade que representa, para o caso de duas variaveis, o mesmo papel que a igualdade, demonstrada no n.º 9 — 3.º, representa para o caso de uma só variavel.

D'esta igualdade tira-se, derivando-a relativamente a  $a_1$  e a  $a_2$ ,

$$(2') \quad \frac{\partial^n f(a_1, a_2)}{\partial a_1^a \partial a_2^b} = \frac{a! b!}{(2i\pi)^2} \int_T \int_S \frac{f(t_1, t_2) dt_2 dt_1}{(t_1 - a_1)^{a+1} (t_2 - a_2)^{b+1}}.$$

Por esta igualdade vê-se que as derivadas parciaes de  $f(z_1, z_2)$  são todas finitas no interior das áreas consideradas.

**21.** — Baseados nas igualdades (1') e (2') pode-se estender o theorema das funcções compostas, demonstrado no *Calculo Differencial* para o caso das variaveis reaes, ao caso das imaginarias. Teremos, com effeito, representado por  $u_1$  e  $u_2$  duas funcções de  $z$  holomorphas na área  $C$ , e suppondo que aos valores de  $z$  representados por pontos d'esta área correspondem para  $u_1$  e  $u_2$  valores respectivamente representados pelos pontos das áreas  $A$  e  $B$  consideradas no numero anterior,

$$f(u_1, u_2) = \left(\frac{1}{2i\pi}\right)^2 \int_T \int_S \frac{f(t_1, t_2) dt_2 dt_1}{(t_1 - u_1)(t_2 - u_2)},$$

e portanto

$$\begin{aligned} \frac{df(u_1, u_2)}{dz} &= \left(\frac{1}{2i\pi}\right)^2 \int_T \int_S \frac{d}{dz} \cdot \frac{f(t_1, t_2)}{(t_1 - u_1)(t_2 - u_2)} dt_2 dt_1 \\ &= \left(\frac{1}{2i\pi}\right)^2 \left[ \frac{du_1}{dz} \int_T \int_S \frac{f(t_1, t_2) dt_2 dt_1}{(t_1 - u_1)^2 (t_2 - u_2)} + \frac{du_2}{dz} \int_T \int_S \frac{f(t_1, t_2) dt_2 dt_1}{(t_1 - u_1)(t_2 - u_2)^2} \right] \end{aligned}$$

ou, attendendo a (2'),

$$\frac{df(u_1, u_2)}{dz} = \frac{\partial f(u_1, u_2)}{\partial u_1} \frac{du_1}{dz} + \frac{\partial f(u_1, u_2)}{\partial u_2} \frac{du_2}{dz},$$

que é o que se queria demonstrar.

**22.** — Para estender o theorema demonstrado no n.º 10 à funcção  $f(z_1, z_2)$ , tracemos de dois pontos  $a_1$  e  $a_2$  do interior das áreas  $A$  e  $B$ , como centros, duas circumferencias de raio  $R$  e  $R'$  que estejam contidas no interior d'estas áreas, e sejam  $z_1$  e  $z_2$  dois numeros representados por pontos pertencentes um à área limitada pela primeira circumferencia e o outro à área limitada pela segunda.

Se representarmos por  $t$  uma quantidade cujo módulo não seja superior à unidade, as quantidades  $a_1 + t(z_1 - a_1)$  e  $a_2 + t(z_2 - a_2)$  são respectivamente representadas por pontos das áreas dos circulos  $R$  e  $R'$ ; e portanto a funcção

$$f[a_1 + t(z_1 - a_1), a_2 + t(z_2 - a_2)]$$

admitte derivadas parciaes de todas as ordens relativamente a estas duas quantidades, qualquer que seja o valor que se dê a  $t$ , cujo módulo não exceda a unidade. Logo, em virtude do theorema das funcções compostas, esta funcção admite tambem derivadas de todas as ordens relativamente a  $t$ , quando  $t \geq 1$ ; e é porisso susceptivel de ser desenvolvida em série (n.º 10) ordenada segundo as potencias inteiras e positivas de  $t$ . Depois de se achar este desenvolvimento, para o que se deve proceder como no n.º 87 do *Calculo Diferencial*, basta pôr, como ahi se fez,  $t = 1$ , para se obter o desenvolvimento de  $f(z_1, z_2)$  em série ordenada segundo as potencias de  $z - a_1$  e  $z - a_2$ :

$$\begin{aligned} f(z_1, z_2) &= f(a_1, a_2) + \frac{\partial f}{\partial a_1} (z - a_1) + \frac{\partial f}{\partial a_2} (z - a_2) \\ &+ \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial a_1^2} (z - a_1)^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial a_1 \partial a_2} (z - a_1)(z - a_2) + \frac{\partial^2 f}{\partial a_2^2} (z - a_2)^2 \right] \\ &+ \dots \end{aligned}$$

que é convergente quando  $z_1$  e  $z_2$  pertencem respectivamente às áreas dos circulos de raio  $R$  e  $R'$ .



Do mesmo modo se procede no caso de mais de duas variáveis independentes.

**23.** — O theorema demonstrado no n.º 11 estende-se ao caso de duas variáveis como vamos vêr.

A igualdade (2') dá

$$\left| \frac{\partial^n f(a_1, a_2)}{\partial a_1^a \partial a_2^b} \right| = \frac{a! b!}{(2\pi)^2} \left| \int_T \int_S \frac{f(t_1, t_2) dt_2 dt_1}{(t_1 - a_1)^{a+1} (t_2 - a_2)^{b+1}} \right|,$$

ou, representando por  $ds_1$  e  $ds_2$  as differencias dos comprimentos dos arcos de curva  $S$  e  $T$ , e notando que é  $|dt_1| = |dx_1 + idy_1| = ds_1$ ,  $|dt_2| = ds_2$ ,

$$\left| \frac{\partial^n f(a_1, a_2)}{\partial a_1^a \partial a_2^b} \right| \leq \frac{a! b!}{(2\pi)^2} \int_T \int_S \frac{|f(t_1, t_2)| ds_2 ds_1}{|t_1 - a_1|^{a+1} |t_2 - a_2|^{b+1}}.$$

Representando pois por  $r_1$  e  $r_2$  as mais curtas distancias dos pontos  $a_1$  e  $a_2$  aos contornos  $S$  e  $T$ , por  $M$  o maior valor que toma  $f(t_1, t_2)$  quando  $t_1$  e  $t_2$  descrevem  $S$  e  $T$ , e por  $s_1$  e  $s_2$  os comprimentos d'estes contornos, vem

$$\left| \frac{\partial^n f(a_1, a_2)}{\partial a_1^a \partial a_2^b} \right| \leq \frac{a! b! M s_1 s_2}{(2\pi)^2 r_1^{a+1} r_2^{b+1}}.$$

#### IV

### Continuação das applicações do theorema de Cauchy ao desenvolvimento das funções em série

**24.** — INTERPOLAÇÃO. THEOREMA DE HERMITE. — Seja  $f(z)$  uma função holomorpha na área  $A$  limitada por um contorno  $S$ , sejam  $a_1$  e  $a_2$  dois valores representados por dois pontos d'esta área, e seja  $t$  um ponto do contorno.

Multiplicando por  $\frac{(z - a_2)^\beta}{(t - a_2)^\beta}$  os dois membros da identidade

$$\frac{1}{t-z} = \frac{1}{t-a_1} + \frac{z-a_1}{(t-a_1)^2} + \dots + \frac{(z-a_1)^{\alpha-1}}{(t-a_1)^\alpha} + \frac{(z-a_1)^\alpha}{(t-z)(t-a_1)^\alpha}$$

vem

$$\begin{aligned} \frac{(z-a_2)^\beta}{(t-z)(t-a_2)^\beta} &= \frac{(z-a_2)^\beta}{(t-a_1)(t-a_2)^\beta} + \frac{(z-a_1)(z-a_2)^\beta}{(t-a_1)^2(t-a_2)^\beta} \\ &+ \dots + \frac{(z-a_1)^{\alpha-1}(z-a_2)^\beta}{(t-a_1)^\alpha(t-a_2)^\beta} + \frac{(z-a_1)^\alpha(z-a_2)^\beta}{(t-z)(t-a_1)^\alpha(t-a_2)^\beta}. \end{aligned}$$

Se em seguida se decompor em fracções simples os termos que entram nos dois membros d'esta identidade, exceptuando o ultimo, chega-se a um resultado da forma

$$\begin{aligned} \frac{1}{t-z} &= \Sigma M \frac{(z-a_1)^m (z-a_2)^n}{(t-a_1)^p} \\ &+ \Sigma N \frac{(z-a_1)^{m'} (z-a_2)^{n'}}{(t-a_2)^{p'}} + \frac{(z-a_1)^\alpha (z-a_2)^\beta}{(t-z)(t-a_1)^\alpha (t-a_2)^\beta}, \end{aligned}$$

onde  $p = 1, 2, 3, \dots, \alpha$  e  $p' = 1, 2, \dots, \beta$ ; onde  $M$  e  $N$  são quantidades constantes; e onde o maior valor de  $m$  e  $m'$  é  $\alpha - 1$ , e o maior de  $n$  e  $n'$  é  $\beta$ .

Multiplicando os dois membros d'esta igualdade por  $f(t) dt$  e integrando ao longo do contórno  $S$ , vem o resultado

$$\begin{aligned} \int_S \frac{f(t) dt}{t-z} &= \Sigma M (z-a_1)^m (z-a_2)^n \int_S \frac{f(t) dt}{(t-a_1)^p} \\ &+ \Sigma N (z-a_1)^{m'} (z-a_2)^{n'} \int_S \frac{f(t) dt}{(t-a_2)^{p'}} + 2i\pi R, \end{aligned}$$

onde é

$$R = \frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{f(t) (z-a_1)^\alpha (z-a_2)^\beta dt}{(t-z)(t-a_1)^\alpha (t-a_2)^\beta};$$

isto é, um resultado da forma (n.º 9-3.º)

$$f(z) = \Pi(z) + R.$$

representando por  $\Pi(z)$  um polynomio inteiro do gráo  $\alpha + \beta - 1$ . Do mesmo modo se acha, multiplicando os dois membros da identidade de que se partiu por

$$\frac{(z - a_2)^\beta (z - a_3)^\gamma \dots}{(t - a_2)^\beta (t - a_3)^\gamma \dots}$$

e procedendo depois como no caso anterior, a formula seguinte:

$$(1) f(z) = \Pi(z) + \frac{1}{2i\pi} \int_s \frac{f(t)(z - a_1)^\alpha (z - a_2)^\beta (z - a_3)^\gamma \dots dt}{(t - z)(t - a_1)^\alpha (t - a_2)^\beta (t - a_3)^\gamma \dots}$$

onde  $\Pi(z)$  representa uma funcção inteira do gráo  $\alpha + \beta + \gamma + \dots - 1$ , da qual o sr. Hermite tirou as seguintes consequencias importantes (1).

A funcção  $(z - a_1)^\alpha (z - a_2)^\beta \dots$  annulla-se assim como as suas derivadas até á ordem  $\alpha - 1$  para  $z = a_1$ . Do mesmo modo esta funcção annulla-se assim como as suas derivadas até á ordem  $\beta - 1$  para  $z = a_2$ , etc. Temos pois, pondo  $z = a_1, a_2$ , etc. n'esta equação e suas derivadas relativamente a  $z$

$$\left. \begin{aligned} f(a_1) &= \Pi(a_1), f'(a_1) = \Pi'(a_1), \dots, f^{\alpha-1}(a_1) = \Pi^{\alpha-1}(a_1), \\ (2) f(a_2) &= \Pi(a_2), f'(a_2) = \Pi'(a_2), \dots, f^{\beta-1}(a_2) = \Pi^{\beta-1}(a_2), \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\}$$

Portanto a funcção inteira  $\Pi(z)$  satisfaz a  $\alpha + \beta + \gamma + \dots$  condições, e, por ser o seu gráo igual a  $\alpha + \beta + \gamma + \dots - 1$ , estas condições determinam-a completamente.

A funcção  $\Pi(z)$  que vimos de determinar resolve o problema proposto no n.º 96 do *Calculo Differential*, isto é representa a funcção inteira de menor gráo que toma e as suas derivadas valores dados  $f(a_1), f'(a_1), \dots, f(a_2), f'(a_2), \dots$  para valores dados da variavel  $z$ .

No n.º 96 do *Calculo Differential* vimos um meio bem

---

(1) Hermite: — *Sur la formule d'interpolation de Lagrange* (Jornal de Crelle, t. 81). A demonstração da formula (1) que aqui empregamos é diferente da empregada por este eminente geometra.

simples de determinar esta funcção. A formula que vem de ser deduzida permite porém ir mais longe, pois leva á resolução da questão, proposta n'aquelle logar, que consiste em saber quaes as condições para que  $\Pi(z)$  tenda para a funcção dada  $f(z)$  quando o numero das quantidades  $a_1, a_2, \text{etc.}$ , e os expoentes  $\alpha, \beta, \gamma, \text{etc.}$  augmentam. Por ser com effeito (n.º 7—VI)

$$\int_S \frac{f(t)(z-a_1)^\alpha(z-a_2)^\beta \dots}{(t-z)(t-a_1)^\alpha(t-a_2)^\beta \dots} dt = \lambda_1 S \frac{f(t_1)(z-a_1)^\alpha(z-a_2)^\beta \dots}{(t_1-z)(t_1-a_1)^\alpha \dots},$$

vê-se que esta circumstancia tem logar quando se verificam as condições (1)

$$|z - a_1| < |t - a_1|, |z - a_2| < |t - a_2|, \dots$$

Para a determinação, em alguns casos, da área formada pelos pontos  $z$  que satisfazem a estas condições pode-se consultar a nota — *Sulle funzioni interpolari*, publicada pelo sr. Peano no t. XVIII das *Actas* da Academia de Turim.

**25.** — DESENVOLVIMENTO DAS FUNCÇÕES EM SÉRIE DE FUNCÇÕES RACIONAES SIMPLES. — VAMOS agora expôr o methodo, baseado no theorema demonstrado no n.º 17, que foi empregado por Cauchy para desenvolver algumas funcções em série de fracções racionaes simples.

Seja  $f(t)$  uma funcção que não admite outros pontos singulares além de pólos e pontos essenciaes isolados, e sejam  $a_1, a_2, \text{etc.}$  estes pontos singulares, que supponmos dispostos segundo a ordem crescente dos módulos. Se no interior de uma área limitada por um contórno  $S$  existem os pontos singulares  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , e se  $z$  representa um ponto qualquer do interior d'esta área, differente dos pontos singulares, temos, notando que o residuo de  $\frac{f(t)}{t-z}$  relativamente a  $z$  é igual

(1) No nosso artigo — *Sur un théorème de M. Hermite relatif à l'interpolation*, publicado no t. c do *Journal de Crellé*, mostrámos que, no caso de  $f(z)$  admitir pólos na área  $A$ , pode-se, dadas certas condições, determinar uma funcção racional que satisfaz ás condições (2) e que tende para  $f(z)$  quando o numero das quantidades  $a_1, a_2, \text{etc.}$ , e os expoentes  $\alpha, \beta, \text{etc.}$  augmentam.

(n.º 18) a  $f(z)$  e representando por  $A_1, A_2$ , etc. os residuos de  $\frac{f(t)}{t-z}$  relativamente a  $a_1, a_2$ , etc.,

$$\frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{f(t) dt}{t-z} = f(z) + \sum_{n=1}^m A_n.$$

Temos porém, na vizinhança do ponto  $a_n$  (n.º 14),

$$f(t) = c_0 + c_1(t - a_n) + c_2(t - a_n)^2 + \dots$$

$$+ \frac{B_n}{t - a_n} + \frac{B'_n}{(t - a_n)^2} + \dots$$

$$\frac{1}{t-z} = \frac{1}{t-a_n - (z-a_n)} = - \left[ \frac{1}{z-a_n} + \frac{t-a_n}{(z-a_n)^2} + \dots \right].$$

Logo o residuo de  $\frac{f(t)}{t-z}$  relativamente a  $a_n$ , isto é o coeﬃciente de  $\frac{1}{t-a_n}$  no producto  $f(t) \frac{1}{t-z}$  é

$$- \left[ \frac{B_n}{z-a_n} + \frac{B'_n}{(z-a_n)^2} + \frac{B''_n}{(z-a_n)^3} + \dots \right].$$

Portanto

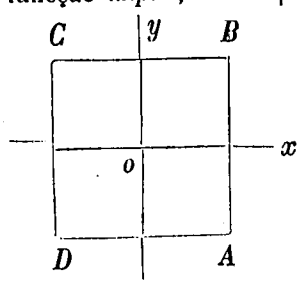
$$\frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{f(t) dt}{t-z} = f(z) - \sum_{n=1}^m \left[ \frac{B_n}{z-a_n} + \frac{B'_n}{(z-a_n)^2} + \dots \right].$$

Se se poder escolher o contórno  $S$  do modo que o integral que entra no primeiro membro d'esta igualdade tenda para um limite conhecido  $K$ , quando o contórno se estender indefinidamente em todas as direcções, temos pois

$$f(z) = K + \sum_{n=1}^m \left[ \frac{B_n}{z-a_n} + \frac{B'_n}{(z-a_n)^2} + \dots \right].$$

Um caso importante a considerar é quando  $f(z)$  é uma

função *impar*, isto é quando esta função satisfaz á condição  $f(z) = -f(-z)$ . Tomemos n'este caso para contôrno da integração um quadrado  $ABCD$  com o centro collocado na origem das coordenadas e com os lados parallelos aos eixos coordenadas, e seja  $2l$  o comprimento do lado d'este quadrado.



Pondo

$$\frac{1}{t-z} = \frac{1}{t} + \frac{z}{t^2} (1 + \epsilon),$$

$\epsilon$  representando uma quantidade que tende para zero quando  $t$  tende para o infinito, temos

$$(a) \quad \int_s \frac{f(t) dt}{t-z} = \int_s \frac{f(t) dt}{t} + \int_s \frac{f(t) (1 + \epsilon) z dt}{t^2}.$$

Por ser  $f(t) = -f(-t)$ , quando  $t$  descreve a recta  $BC$ , passando de  $B$  para  $C$ , a função  $\frac{f(t)}{t}$  toma os mesmos valores e o mesmo signal que toma quando  $t$  passa de  $D$  para  $A$ , descrevendo a recta  $DA$ ; e temos porisso

$$\int_{BC} \frac{f(t) dt}{t} = - \int_{DA} \frac{f(t) dt}{t}.$$

Do mesmo modo se acha

$$\int_{AB} \frac{f(t) dt}{t} = - \int_{CD} \frac{f(t) dt}{t}.$$

Logo temos para valor do primeiro dos integraes que entram no segundo membro da igualdade (a)

$$\int_s \frac{f(t) dt}{t} = 0.$$

Applicando ao segundo dos integraes que entram na mesma igualdade o theorema demonstrado no n.º 7-VI, acha-se

$$(b) \int_S \frac{f(t) (1 + \varepsilon) z dt}{t^2} = \lambda_1 \frac{8l f(t_1) (1 + \varepsilon_1) z}{t_1^2},$$

onde  $t_1$  representa um numero que, por ser representado por um ponto do quadrado que serve de contôrno da integração, satisfaz à condição  $|t_1| \geq l$ ; e portanto, se existir um numero que  $|f(t_1)|$  não possa exceder por maior que seja  $l$ , teremos

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \int_S \frac{f(t) (1 + \varepsilon) z dt}{t^2} = 0.$$

Será pois no caso considerado

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \int_S \frac{f(t) dt}{l - z} = 0;$$

e portanto

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{B_n}{z - a_n} + \frac{B'_n}{(z - a_n)^2} + \dots \right].$$

**26.** — Para applicar este methodo, vamos considerar a funcção  $\frac{1}{\operatorname{sen} z}$ . Os numeros  $0, \pm \pi, \pm 2\pi, \dots, \pm n\pi, \dots$  são os pólos d'esta funcção e os residuos  $B$  de  $\frac{f(t)}{t - z}$  relativamente a estes pólos são (n.º 18) dados pela formula

$$B = \frac{1}{(\pm n\pi - z) \cos(\pm n\pi)} = \frac{(-1)^n}{\pm n\pi - z}.$$

Temos pois, pondo  $l = \left(m + \frac{1}{2}\right) \pi$ ,

$$\frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{dt}{(t - z) \operatorname{sen} t} = \frac{1}{\operatorname{sen} z} - \sum_{n=-m}^m \frac{(-1)^n}{z - n\pi},$$

visto que n'este caso o quadrado  $ABCD$  tem no seu interior os pólos

$$-m\pi, -(m-1)\pi, \dots, -\pi, 0, \pi, \dots, (m-1)\pi, m\pi.$$

Por ser  $\operatorname{sen} z = -\operatorname{sen}(-z)$ , a doutrina do numero anterior é applicavel, e por isso, para vêr se o integral que entra no primeiro membro d'esta igualdade tende para zero quando  $l$  tende para o infinito, basta vêr se existe um numero que a funcção  $f(t) = \frac{1}{\operatorname{sen} t}$  não possa exceder, por maior que seja  $l$ . Vamos para isso analysar os valores que a funcção  $\frac{1}{\operatorname{sen} t}$  toma no contôrno do quadrado, considerando successivamente os lados  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  onde  $t$  toma respectivamente os valores

$$t = l + iy, \quad t = x + il, \quad t = -l + iy, \quad t = x - il,$$

$x$  e  $y$  variando entre  $-l$  e  $+l$ .

Para o lado  $AB$ , temos, attendendo a ser  $l = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$ ,

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{\operatorname{sen} t} \right| &= \frac{1}{\sqrt{\operatorname{sen}^2 l \cos^2 iy - \cos^2 l \operatorname{sen}^2 iy}} = \frac{1}{\cos iy} \\ &= \frac{2}{e^y + e^{-y}} < 2. \end{aligned}$$

Para o lado  $BC$  temos

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{\operatorname{sen}^2 t} \right| &= \frac{1}{\sqrt{\operatorname{sen}^2 x \cos^2 il - \cos^2 x \operatorname{sen}^2 il}} \\ &= \frac{1}{\left[ \operatorname{sen}^2 x \left( \frac{e^l + e^{-l}}{2} \right)^2 + \cos^2 x \left( \frac{e^l - e^{-l}}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{2}{[e^{2l} + e^{-2l} - 2 \cos 2x]^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{2}{[e^{2m\pi + \pi} + e^{-(2m\pi + \pi)}]^{\frac{1}{2}}}, \end{aligned}$$



o que dá, por ser  $e^\pi > 8$ ,

$$\left| \frac{1}{\operatorname{sen} t} \right| < 2.$$

Do mesmo modo se acha, para os lados  $CD$  e  $DA$ ,

$$\left| \frac{1}{\operatorname{sen} t} \right| < 2.$$

Vê-se pois que  $\left| \frac{1}{\operatorname{sen} t} \right|$  não pôde exceder o numero 2 em todo o contôrno  $S$ , e temos porisso, por maior que seja  $l$ ,

$$\left| \frac{1}{\operatorname{sen} t_1} \right| < 2.$$

O integral  $\int_S \frac{dt}{(l-z)\operatorname{sen} t}$  tende pois para zero quando  $l$  tende para o infinito e temos

$$(A) \quad \frac{1}{\operatorname{sen} z} = \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{n=-m}^m \frac{(-1)^n}{z - n\pi},$$

ou, reunindo dois a dois os termos que correspondem a valores de  $n$  iguaes e de signaes contrarios,

$$\frac{1}{\operatorname{sen} z} = \frac{1}{z} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[ \frac{1}{z - n\pi} + \frac{1}{z + n\pi} \right],$$

ou

$$(B) \quad \frac{1}{\operatorname{sen} z} = \frac{1}{z} + 2z \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{z^2 - n^2 \pi^2},$$

que é a formula que pretendiamos achar.

Applicando o mesmo methodo á funcção  $\cot z$  acha-se o desenvolvimento demonstrado no n.º 151 do *Calculo Diferencial*.

**27.** — A igualdade (A) pôde ser escripta do modo seguinte

$$\frac{1}{\operatorname{sen} z} = \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{n=-m+1}^m \frac{(-1)^n}{z - n\pi},$$

visto que o termo  $\frac{(-1)^m}{z + m\pi}$ , que tirámos, tende para zero quando  $m$  tende para o infinito.

Mudando n'esta igualdade  $z$  em  $z + \frac{\pi}{2}$ , vem

$$\frac{1}{\operatorname{cos} z} = \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{n=-m+1}^m \frac{(-1)^n}{z - (2n-1)\frac{\pi}{2}}.$$

Reunindo dois a dois os termos correspondentes a  $n = 1$  e  $n = 0$ , a  $n = 2$  e  $n = -1$ , ..., a  $n = m$ , e  $n = -m + 1$ , vem

$$\frac{1}{\operatorname{cos} z} = \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1)}{z^2 - (2n-1)^2 \frac{\pi^2}{4}}.$$

A série que entra no segundo membro d'esta igualdade não é absolutamente convergente. Com effeito, a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\left| z^2 - (2n-1)^2 \frac{\pi^2}{4} \right|}$$

é divergente, porque, se multiplicarmos o seu termo geral por  $n$ , vem o resultado

$$\frac{(2n-1)n}{\left| z^2 - (2n-1)^2 \frac{\pi^2}{4} \right|} = \frac{1}{\left| \frac{z^2}{(2n-1)n} - \left(2 - \frac{1}{n}\right) \frac{\pi^2}{4} \right|},$$

que tende para  $\frac{2}{\pi^2}$  quando  $n$  tende para o infinito.

Pode-se porém, como observou o sr. Ed. Weyr <sup>(1)</sup>, dedu-

(1) *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2.<sup>a</sup> série, t. XII.

zir d'ella um desenvolvimento de  $\frac{1}{\cos z}$  absolutamente convergente do modo seguinte:

A° formula

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots,$$

que se tira da igualdade demonstrada no n.º 94—IV do *Calculo Differential* pondo  $x = 1$ , dá

$$-1 = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}.$$

O desenvolvimento que vimos de obter para  $\frac{1}{\cos z}$  pôde pois ser escripto debaixo da fórmula

$$\frac{1}{\cos z} = 1 + \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1)}{z^2 - (2n-1)^2 \frac{\pi^2}{4}} + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}.$$

D'estas duas igualdades resulta o desenvolvimento

$$\frac{1}{\cos z} = 1 + \frac{4z^2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1) \left[ z^2 - (2n-1)^2 \frac{\pi^2}{4} \right]},$$

que é absolutamente convergente, visto ser convergente a série

$$\sum \frac{1}{(2n-1) \left| z^2 - (2n-1)^2 \frac{\pi^2}{4} \right|}.$$

O desenvolvimento em série de  $\frac{1}{\cos z}$ , que vimos de achar, pôde ser tambem obtido, como notou ainda o sr. Weyr, pela applicação do methodo no n.º 25 á funcção  $\frac{1}{z \cos z}$ .

**28.** — SÉRIE DE FOURIER. — A série de Fourier, demonstrada no n.º 54, no caso das variáveis reaes, pôde ser estendida ao caso das variáveis imaginárias como vamos vêr.

Seja  $f(z)$  uma funcção holomorpha na área comprehendida entre duas rectas paralelas  $L$  e  $L'$ , e supponhamos que esta funcção admite um periodo  $\omega$  e que as rectas consideradas fazem com o eixo das abscissas um angulo igual ao argumento d'este periodo.

Se fizermos descrever ao ponto correspondente a  $z$  uma recta  $L''$  paralela ás rectas  $L$  e  $L'$ , partindo de um ponto  $z_0$ , para ter os valores que toma  $z$ , basta pôr  $z = z_0 + \omega t$  e dar a  $t$  todos os valores desde  $-\infty$  até  $+\infty$ . Temos, com effeito, por terem n'este caso  $\omega$  e  $z - z_0$  o mesmo argumento  $\theta$ ,

$$\omega = \rho' e^{i\theta}, \quad z - z_0 = \rho e^{i\theta},$$

e portanto

$$z = z_0 + \frac{\rho}{\rho'} \omega = z_0 + t\omega.$$

Pondo agora

$$(1) \quad e^{\frac{2i\pi z}{\omega}} = u,$$

os valores que toma a quantidade  $u$ , quando  $z$  descreve a recta  $L''$ , são dados pela igualdade

$$(2) \quad u = e^{2i\pi t} \cdot e^{\frac{2i\pi z_0}{\omega}},$$

a qual mostra que o módulo de  $u$  é sempre igual ao módulo

de  $e^{\frac{2i\pi z_0}{\omega}}$ , qualquer que seja  $t$ , e que o seu argumento toma o mesmo valor cada vez que  $t$  augmenta de uma unidade.

Representando pois os valores de  $u$  sobre um plano, ve-se que, quando  $z$  descreve a recta  $L''$ ,  $u$  descreve uma circumferencia cujo centro está na origem das coordenadas e cujo

raio é igual a  $\left| e^{\frac{2i\pi z_0}{\omega}} \right|$ .

\*

Variando a recta  $L''$  parallelamente a  $L$ , desde  $L$  até  $L'$ , e de modo que  $z_0$  descreva uma recta, a circunferencia  $C''$  varia desde  $C$  até  $C'$  descrevendo uma corôa, e a cada valor de  $u$ , pertencente a esta corôa, corresponde uma infinidade de valores de  $z$ , dados por (1), que differem entre si por multiplos de  $\omega$ , e um só valor de  $f(z)$ , em virtude da periodicidade d'esta funcção. Por outra parte,  $f(z)$  admite derivadas relativamente a  $u$ , por ser  $z = \frac{\omega}{2\pi i} \log u$ , e  $z$  admittir derivadas relativamente a  $u$ . Logo  $f(z)$  é uma funcção analytica uniforme da variavel  $u$  na corôa comprehendida entre as circunferencias  $C$  e  $C'$ . A funcção  $f(z)$ , considerada como funcção de  $u$ , é pois applicavel o theorema de Laurent, que dá

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n u^n = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{\frac{2n\pi z}{\omega}}$$

Para determinar os coefficients  $A_1, A_2$ , etc., multiplique-se ambos os membros d'esta igualdade por  $e^{-\frac{2mi\pi z}{\omega}}$  e integrem-se entre os limites  $z_0$  e  $z_0 + \omega$  ao longo da linha recta que entre estes pontos. Teremos

$$\int_{z_0}^{z_0 + \omega} e^{-\frac{2mi\pi z}{\omega}} f(z) dz = \sum A_n \int_{z_0}^{z_0 + \omega} e^{\frac{2(n-m)\pi z}{\omega}} dz + A_m \omega,$$

o que dá

$$A_m = \frac{1}{\omega} \int_{z_0}^{z_0 + \omega} e^{-\frac{2mi\pi z}{\omega}} f(z) dz = \frac{1}{\omega} \int_{z_0}^{z_0 + \omega} e^{-\frac{2mi\pi x}{\omega}} f(x) dx,$$

visto ser

$$\int_{z_0}^{z_0 + \omega} e^{\frac{2(n-m)\pi z}{\omega}} dz = \frac{\omega}{2(n-m)\pi i} \left[ e^{\frac{2(n-m)\pi z}{\omega}} \right]_{z_0}^{z_0 + \omega} = 0.$$

Logo

$$(3) \quad f(z) = \frac{1}{\omega} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{z_0}^{z_0 + \omega} e^{\frac{2ni\pi(z-x)}{\omega}} f(x) dx,$$

ou, substituindo as exponenciaes pelos seus valores expressos em funcções circulares,

$$(4) f(z) = \frac{1}{\omega} \left[ \int_{z_0}^{z_0 + \omega} f(\alpha) d\alpha + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_{z_0}^{z_0 + \omega} f(\alpha) \cos \frac{2n\pi}{\omega} (z - \alpha) d\alpha \right].$$

Esta igualdade tem logar para todos os valores de  $z$  representados por pontos collocados na zona comprehendida entre as rectas  $L$  e  $L'$ .

**29.** — DESENVOLVIMENTO DAS FUNCÇÕES EM SÉRIE ORDENADA SEGUNDO AS POTENCIAS DOS SENOS E COSENOS <sup>(1)</sup>. — Consideremos o integral

$$J = \int_s \frac{f(t) \operatorname{sen}^m(z - a) dt}{\operatorname{sen}(t - z) \operatorname{sen}^m(t - a)},$$

e tomemos para contórno da integração o rectangulo, cujo centro é o ponto  $a$  e cujos lados são duas rectas parallelas ao eixo das abscissas, iguaes a  $\pi$ , e duas rectas parallelas ao eixo das ordenadas, iguaes a  $2l$ ; e supponhamos que a funcção  $f(t)$  é holomorpha na área limitada por este contórno, e que  $z$  corresponde a um ponto do interior d'esta área.

Posto isto, applicando ao integral  $J$  o theorema de Cauchy, vem

$$J = 2i\pi (A + B),$$

representando por  $A$  e  $B$  os residuos da funcção

$$F(t) = \frac{f(t) \operatorname{sen}^m(z - a)}{\operatorname{sen}(t - z) \operatorname{sen}^m(t - a)}$$

relativamente a  $z$  e  $a$ , que são as unicas raizes das equações  $\operatorname{sen}(t - z) = 0$  e  $\operatorname{sen}(t - a) = 0$  que são representadas por pontos do interior da área considerada.

O residuo de  $F(t)$  relativamente a  $z$  é o coefficiente de  $\frac{1}{h}$  no desenvolvimento de

$$F(z + h) = \frac{f(z + h) \operatorname{sen}^m(z - a)}{\operatorname{sen} h \operatorname{sen}^m(z - a + h)}$$

(1) Toda a doutrina d'este numero e seguintes é tirada de um artigo que publiquei no *Bulletin des Sciences mathématiques*, (2.<sup>a</sup> série, t. XIV, 1890).

em série ordenada segundo as potencias de  $h$ ; e temos portanto

$$A = f(z).$$

O residuo  $B$  de  $F(t)$ , relativamente a  $a$ , é o coefficiente de  $\frac{1}{h}$  no desenvolvimento de

$$F(a+h) = \frac{f(a+h) \operatorname{sen}^m(z-a)}{\operatorname{sen}(a-z+h) \operatorname{sen}^m h} = \frac{f(a+h) \operatorname{sen}^m(z-a)}{h^m \operatorname{sen}(a-z+h) \frac{\operatorname{sen}^m h}{h^m}}$$

em série ordenada segundo as potencias de  $h$ . Mas temos, desenvolvendo as tres funcções

$$f(a+h), \quad \frac{1}{\operatorname{sen}(a-z+h)}, \quad \frac{h^m}{\operatorname{sen}^m h}$$

em série ordenada segundo as potencias de  $h$ ,

$$F(a+h) = \frac{1}{h^m} \sum \frac{h^u}{u!} f^u(a) \operatorname{sen}^m(z-a) \\ \times \sum \frac{h^v}{v!} \left[ \frac{d^v \operatorname{sen}^{-1}(a-z+h)}{dh^v} \right]_0 \times \sum \frac{h^w}{w!} \left[ \frac{d^w (h \operatorname{cosec} h)^m}{dh^w} \right]_0.$$

Logo temos

$$B = \sum \frac{\operatorname{sen}^m(z-a)}{u! v! w!} f^u(a) \left[ \frac{d^v \operatorname{sen}^{-1}(a-z+h)}{dh^v} \right]_0 \left[ \frac{d^w (h \operatorname{cosec} h)^m}{dh^w} \right]_0,$$

onde a somma representada por  $\Sigma$  se refere a todas as soluções inteiras positivas ou nullas da equação

$$u + v + w = m - 1.$$

Formando as derivadas successivas de  $\operatorname{sen}^{-1}(z-a)$ , vem um resultado da fórmula

$$\left[ \frac{d^v \operatorname{sen}^{-1}(a - z + h)}{dh^v} \right]_0 = - \frac{d^v \operatorname{sen}^{-1}(z - a)}{dz^v}$$

$$= \frac{B_0 + B_1 \operatorname{sen}^2(z - a) + \dots + B_{\frac{1}{2}v} \operatorname{sen}^v(z - a)}{\operatorname{sen}^{v+1}(z - a)},$$

se  $v$  é par; e um resultado da fórmula

$$\left[ \frac{d^v \operatorname{sen}^{-1}(a - z + h)}{dh^v} \right]_0$$

$$= \frac{\cos(z - a) [B'_0 + B'_1 \operatorname{sen}^2(z - a) + \dots + B'_{\frac{1}{2}(v-1)} \operatorname{sen}^{v-1}(z - a)]}{\operatorname{sen}^{v+1}(z - a)},$$

se  $v$  é ímpar.

Logo a expressão do residuo  $B$  tem a fórmula seguinte

$$B = - [K_1 \operatorname{sen}(z - a) + K_3 \operatorname{sen}^3(z - a) + \dots + K_{m-1} \operatorname{sen}^{m-1}(z - a)]$$

$$- [L_0 + L_2 \operatorname{sen}^2(z - a) + \dots + L_{m-2} \operatorname{sen}^{m-2}(z - a)] \cos(z - a),$$

se  $m$  é par, e a fórmula seguinte:

$$B = - [K'_0 + K'_1 \operatorname{sen}^2(z - a) + \dots + K'_{m-1} \operatorname{sen}^{m-1}(z - a)]$$

$$- [L'_1 \operatorname{sen}(z - a) + L'_3 \operatorname{sen}^3(z - a) + \dots + L'_{m-2} \operatorname{sen}^{m-2}(z - a)] \cos(z - a),$$

se  $m$  é ímpar.

Temos pois as fórmulas seguintes:

$$(1) \left\{ \begin{aligned} f(z) &= \sum_{n=0}^{\frac{1}{2}m-1} K_{2n+1} \operatorname{sen}^{2n+1}(z - a) \\ &+ \cos(z - a) \sum_{n=0}^{\frac{1}{2}m-1} L_{2n} \operatorname{sen}^{2n}(z - a) \\ &+ \int_s \frac{f(t) \operatorname{sen}^m(z - a) dt}{\operatorname{sen}(t - z) \operatorname{sen}^m(t - a)} \end{aligned} \right.$$

se  $m$  é par;



$$(2) \left\{ \begin{aligned} f(z) &= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{(m-1)} K'_{2n} \operatorname{sen}(z-a) \\ &+ \cos(z-a) \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{(m-3)} L'_{2n+1} \operatorname{sen}^{2n+1}(z-a) \\ &+ \int_s \frac{f(t) \operatorname{sen}^m(z-a) dt}{\operatorname{sen}(t-z) \operatorname{sen}^m(t-a)} \end{aligned} \right.$$

se  $m$  é impar.

**30.** — O methodo que vimos de empregar para obter as formulas (1) e (2) não dá facilmente os coefficients  $K$  e  $L$ , e não faz vêr que estes coefficients são independentes de  $m$ . Vamos pois obter estes coefficients de outro modo que faz vêr esta circumstancia importante.

Para isso, notemos primeiramente que a funcção circular  $\operatorname{sen}^m(z-a)$  e suas derivadas relativamente a  $z$ , até á ordem  $m-1$ , são nullas para  $z=a$ ; e, portanto, que as funcções

$$\begin{aligned} \Theta(z) &= \sum_{n=0}^{\frac{1}{2}m-1} K_{2n+1} \operatorname{sen}^{2n+1}(z-a) \\ &+ \cos(z-a) \sum_{n=0}^{\frac{1}{2}m-1} L_{2n} \operatorname{sen}^{2n}(z-a), \\ \Theta_1(z) &= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{(m-1)} K'_{2n} \operatorname{sen}^{2n}(z-a) \\ &+ \cos(z-a) \sum_{n=0}^{\frac{1}{2}(m-3)} L'_{2n+1} \operatorname{sen}^{2n+1}(z-a) \end{aligned}$$

devem satisfazer ás condições

$$\Theta(a) = f(a), \Theta'(a) = f'(a), \dots, \Theta^{m-1}(a) = f^{m-1}(a)$$

$$\Theta_1(a) = f(a), \Theta_1'(a) = f'(a), \dots, \Theta_1^{m-1}(a) = f^{m-1}(a).$$

Pode-se obter, por meio d'estas equações, os coefficients  $K$  e  $L$ , e acha-se assim os coefficients da primeira formula

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} L_0 = f(a), \\ K_1 = f'(a), \\ L_2 = \frac{1}{2} f(a) + \frac{1}{2} f''(a), \\ K_2 = \frac{1}{6} [f'(a) + f'''(a)], \\ \dots \end{array} \right.$$

e os coeficientes da segunda

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} K'_0 = f(a), \\ L'_1 = f'(a), \\ K'_2 = \frac{1}{2} f''(a), \\ L'_3 = \frac{1}{6} [f'''(a) + 4f'(a)], \\ \dots \end{array} \right.$$

**31.** — As formulas (1) e (2) dão dois desenvolvimentos de  $f(z)$  em série ordenada segundo as potencias de  $\text{sen}(z - a)$  se o integral curvilíneo  $J$  tende para zero quando  $m$  tende para o infinito. Mas temos

$$J = \lambda_1 s \frac{f(t_1) \text{sen}^m(z - a)}{\text{sen}(t_1 - z) \text{sen}(t_1 - a)}.$$

Logo, se fôr

$$(A) \quad |\text{sen}(z - a)| < |\text{sen}(t - a)|$$

em todos os pontos do contôrno  $S$  da integração, o integral  $J$  tende para zero quando  $m$  tende para o infinito, e as formulas (1) e (2) levam a dois desenvolvimentos de  $f(z)$  em série ordenada segundo as potencias de  $\text{sen}(z - a)$ .

Vamos estudar a condição (A). Se fizermos  $t = x + iy$  e  $a = \alpha + i\beta$ , temos

$$\operatorname{sen}(t-a) = \operatorname{sen}(x-\alpha) \cos i(y-\beta) + i \cos(x-\alpha) \frac{\operatorname{sen} i(y-\beta)}{i}$$

e portanto, representando por  $M$  o módulo de  $\operatorname{sen}(t-a)$ ,

$$M^2 = \operatorname{sen}^2(x-\alpha) \cos^2 i(y-\beta) - \cos^2(x-\alpha) \operatorname{sen}^2 i(y-\beta).$$

Vamos agora procurar o menor valor que pôde tomar  $M^2$  quando  $t$  descreve o rectângulo que constitue o contôrno da integração, isto é o rectângulo formado pelas rectas cujas equações são

$$x = \alpha - \frac{1}{2}\pi, \quad x = \alpha + \frac{1}{2}\pi, \quad y = \beta - l, \quad y = \beta + l.$$

Para achar o minimo dos valores que toma  $M^2$  quando  $t$  descreve a recta  $x = \alpha - \frac{1}{2}\pi$ , devemos procurar o valor de  $y$  que torna minima a expressão em que se transforma a expressão de  $M^2$  quando se ahí põe  $x = \alpha - \frac{1}{2}\pi$ , isto é a expressão

$$\cos^2 i(y-\beta).$$

Acha-se d'este modo, representando por  $m_1^2$  este minimo,  $m_1^2 = 1$ , e que o minimo corresponde a  $y = \beta$ , isto é a um ponto do rectângulo considerado.

Acha-se do mesmo modo que o minimo dos valores que toma  $M^2$  quando  $t$  descreve a recta  $y = \alpha + \frac{1}{2}\pi$  é igual á unidade e corresponde a  $y = \beta$ , isto é a um ponto de rectângulo considerado.

Para achar o valor minimo de  $M^2$  quando  $t$  descreve a recta  $y = \beta - l$ , deve-se transformar a expressão de  $M^2$ , pondo n'ella  $y = \beta - l$ , o que dá

$$M^2 = \operatorname{sen}^2(x-\alpha) \left( \frac{e^l + e^{-l}}{2} \right)^2 + \cos^2(x-\alpha) \left( \frac{e^l - e^{-l}}{2} \right)^2,$$

e, depois, procurar o valor mínimo d'esta expressão. Acha-se assim que este mínimo corresponde a  $x = \alpha$  e que é, representando-o por  $m_2^2$ ,

$$m_2^2 = \left( \frac{e^t - e^{-t}}{2} \right)^2.$$

Acha-se do mesmo modo que o mínimo dos valores que toma  $M^2$  quando  $t$  descreve a recta  $y = \beta + t$  corresponde a  $x = \alpha$  e é igual a  $m_2^2$ .

De tudo o que vem de ser demonstrado resulta que o mínimo dos valores que toma  $M^2$  quando  $t$  descreve o contorno da integração é igual á menor das quantidades

$$1, \left( \frac{e^t - e^{-t}}{2} \right)^2.$$

Ora vê-se facilmente que é

$$\frac{e^t - e^{-t}}{2} > 1,$$

se  $t > \log(1 + \sqrt{2})$ ; e que é

$$\frac{e^t - e^{-t}}{2} < 1,$$

se é  $t < \log(1 + \sqrt{2})$ .

Temos pois o theorema seguinte:

*Se fôr  $t \geq \log(1 + \sqrt{2})$ , o integral  $J$  tende para zero quando  $m$  tende para o infinito, se  $z$  satisfaz á condição*

$$|\operatorname{sen}(z - a)| < 1.$$

*Se fôr  $t < \log(1 + \sqrt{2})$ , o integral  $J$  tende para zero quando  $m$  tende para o infinito, se  $z$  satisfaz á condição*

$$|\operatorname{sen}(z - a)| < \frac{e^t - e^{-t}}{2}.$$

*Nos dois casos, pode-se desenvolver  $f(z)$  em série convergente por meio das formulas*

$$(5) f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} K_{2n+1} \operatorname{sen}^{2n+1}(z-\alpha) + \cos(z-\alpha) \sum_{n=0}^{\infty} L_{2n} \operatorname{sen}^{2n}(z-\alpha)$$

$$(6) f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} K_{2n} \operatorname{sen}^{2n}(z-\alpha) + \cos(z-\alpha) \sum_{n=0}^{\infty} L'_{2n+1} \operatorname{sen}^{2n+1}(z-\alpha).$$

**32.** — Para fazer uma applicação d'este theorema, vamos considerar a funcção  $f(z) = \cos kz$ ,  $k$  representando um numero qualquer.

As formulas (3) dão

$$L_0 = 1, K_1 = 0, L_2 = -\frac{k^2 - 1}{2}, K_3 = 0, \text{ etc.},$$

e portanto a formula (5) dá a formula d'Euler

$$\begin{aligned} \cos kz = \cos z \left[ 1 - \frac{k^2 - 1}{1.2} \operatorname{sen}^2 z \right. \\ \left. + \frac{(k^2 - 1^2)(k^2 - 3^2)}{1.2.3.4} \operatorname{sen}^4 z + \dots \right], \end{aligned}$$

e vê-se que esta formula tem logar quando é

$$|\operatorname{sen} z| < 1, \quad -\frac{\pi}{2} < z < \frac{\pi}{2}.$$

Applicando as formulas (4) á mesma funcção, vem

$$K'_0 = 1, L'_1 = 0, K'_2 = -\frac{k^2}{2}, L'_3 = 0, \text{ etc.},$$

e portanto a formula (6) dá

$$\cos kz = 1 - \frac{k^2}{2} \operatorname{sen}^2 z + \frac{k^2(k^2 - 2^2)}{2.3.4} \operatorname{sen}^4 z + \dots$$

quando

$$|\operatorname{sen} z| < 1, \quad -\frac{\pi}{2} < z < \frac{\pi}{2}.$$

Acha-se do mesmo modo os desenvolvimentos seguintes :

$$\operatorname{sen} kz = k \operatorname{sen} z - \frac{k(k^2 - 1)}{1.2.3} \operatorname{sen}^3 z + \frac{k(k^2 - 1^2)(k^2 - 3^2)}{1.2.3.4.5} \operatorname{sen}^5 z$$

$$\operatorname{sen} kz = \cos z \left[ k \operatorname{sen} z - \frac{k(k^2 - 2^2)}{2.3} \operatorname{sen}^3 z + \dots \right]$$

quando  $|\operatorname{sen} z| < 1$ ,  $-\frac{\pi}{2} < z < \frac{\pi}{2}$ .

O methodo que vimos de empregar para obter os coefficients que entram nos desenvolvimentos de  $\cos kz$  e  $\operatorname{sen} kz$  dá os coefficients successivos até á ordem que se queira, mas não dá a lei que seguem estes coefficients. Esta lei porém é sempre a mesma qualquer que seja  $k$ , e no caso de  $k$  ser inteiro e positivo, obtem-se por meios elementares.

## V

### Aplicação do theorema de Cauchy á determinação d'integraes definidos tomados entre limites reaes

**33.** — O theorema de Cauchy que se exprime por meio da igualdade

$$(1) \quad \int_S f(z) dz = 2i\pi (A_1 + B_1 + \dots),$$

S representando uma curva fechada, e  $A_1, B_1$ , etc. os residuos de  $f(z)$  relativamente aos pólos e aos pontos singulares essenciaes representados por pontos do interior da área limitada por S, póde ser applicado com vantagem á determinação de integraes definidos tomados entre limites reaes.

**I** — Sejam  $x = \varphi_1(t)$  e  $y = \psi_1(t)$  as equações da curva

$S$ , e supponhamos que, quando  $z = x + iy$  descreve esta curva, a variavel  $t$  varia desde  $t_0$  até  $t_1$ . Pondo em  $f(z) dz$

$$z = x + iy = \varphi_1(t) + i\psi_1(t),$$

vem um resultado da fórma

$$f(z) dz = [\Phi(t) + i\Psi(t)] dt,$$

e portanto a igualdade (1) dá

$$\int_{t_0}^{t_1} [\Phi(t) + i\Psi(t)] dt = 2i\pi (A_1 + B_1 + \dots).$$

Esta igualdade, separando a parte real da parte imaginaria, pôde ser decomposta em duas equações que determinam os dois integraes definidos

$$\int_{t_0}^{t_1} \Phi(t) dt, \quad \int_{t_0}^{t_1} \Psi(t) dt.$$

**II**—Mais geralmente, se o contôrno  $S$  é composto de  $m$  arcos de curva cujas equações são

$$\left. \begin{array}{l} x = \varphi_1(t) \\ y = \psi_1(t) \end{array} \right\}, \quad \left. \begin{array}{l} x = \varphi_2(t) \\ y = \psi_2(t) \end{array} \right\}, \quad \dots$$

e estes arcos estão respectivamente comprehendidos entre os pontos correspondentes a  $t_0$  e  $t_1$ ,  $t_1$  e  $t_2$ ,  $\dots$ , a formula (1) dá a igualdade

$$\sum_{k=0}^m \left[ \int_{t_k}^{t_{k+1}} [\Phi_k(t) + i\Psi_k(t)] dt = 2i\pi (A_1 + B_1 + \dots), \right.$$

que se parte em duas equações, que determinam dois integraes definidos, quando forem conhecidos os outros integraes que entram n'ellas.

**III**—Se  $\alpha$  representar uma quantidade imaginaria correspondente a um ponto collocado no interior da área fechada por  $S$ , e  $\rho = F(\omega)$  representar a equação, em coordenadas

polares  $\rho$  e  $\omega$ , da curva  $S$ , quando se toma para origem d'estas coordenadas o ponto representado por  $a$ , teremos

$$z = a + \rho e^{i\omega},$$

e portanto

$$\int_S f(z) dz = \int_{-\pi}^{+\pi} f(a + \rho e^{i\omega}) F'(\omega) e^{i\omega} d\omega \\ + i \int_{-\pi}^{+\pi} f(a + \rho e^{i\omega}) F(\omega) e^{i\omega} d\omega.$$

Logo a formula (1) dá

$$\int_{-\pi}^{+\pi} f(a + \rho e^{i\omega}) F'(\omega) e^{i\omega} d\omega + i \int_{-\pi}^{+\pi} f(a + \rho e^{i\omega}) F(\omega) e^{i\omega} d\omega \\ = 2i\pi (A_1 + B_1 + C_1 + \dots).$$

Esta igualdade, pondo

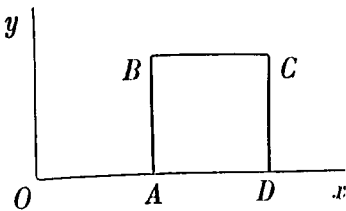
$$f(a + \rho e^{i\omega}) = \Phi(\omega) + i\Psi(\omega),$$

decompõe-se em duas igualdades que determinam dois integraes definidos, quando forem conhecidos os outros integraes definidos, que entram n'ellas.

Postos estes principios geraes, vamos fazer d'elles algumas applicaões.

### 34. — O integral

$$\int_S e^{-z^2} dz,$$



onde  $S$  representa o contôrno  $ADCBA$ , póde ser decomposto em quatro integraes rectilineos, e é nullo, por ser a funcão  $e^{-z^2}$  uniforme e continua na área limitada por  $S$ . Temos pois

$$\int_{AD} e^{-z^2} dz + \int_{DC} e^{-z^2} dz + \int_{CB} e^{-z^2} dz + \int_{BA} e^{-z^2} dz = 0.$$



O primeiro integral é tomado ao longo da recta  $AD$  cujas equações são  $x = t$ ,  $y = 0$ , e portanto temos, pondo  $OA = a$  e  $OD = b$ ,

$$\int_{AD} e^{-z^2} dz = \int_a^b e^{-t^2} dt.$$

O segundo integral é tomado ao longo da recta  $DC$  cujas equações são  $x = b$ ,  $y = t$ , e portanto temos, representando por  $\alpha$  a distancia das paralelas  $AD$  e  $BC$ ,  $z = b + it$  e

$$\begin{aligned} \int_{DC} e^{-z^2} dz &= i \int_0^\alpha e^{-(b+it)^2} dt \\ &= ie^{-b^2} \int_0^\alpha e^{t^2} (\cos 2bt - i \operatorname{sen} 2bt) dt. \end{aligned}$$

Para o terceiro integral temos, pondo  $x = t$ ,  $y = \alpha$ ,

$$\begin{aligned} \int_{CB} e^{-z^2} dz &= - \int_a^b e^{-(t+i\alpha)^2} dt \\ &= - e^{-\alpha^2} \int_a^b e^{-t^2} (\cos 2\alpha t - i \operatorname{sen} 2\alpha t) dt. \end{aligned}$$

Para o quarto integral temos, pondo  $x = a$ ,  $y = t$ ,

$$\begin{aligned} \int_{BA} e^{-z^2} dz &= - i \int_0^\alpha e^{-(a+it)^2} dt \\ &= - ie^{-a^2} \int_0^\alpha e^{t^2} (\cos 2at - i \operatorname{sen} 2at) dt. \end{aligned}$$

Temos pois a igualdade

$$\begin{aligned} \int_a^b e^{-t^2} dt + e^{-b^2} \int_0^\alpha e^{t^2} \operatorname{sen} 2bt dt \\ - e^{\alpha^2} \int_a^b e^{-t^2} \cos 2\alpha t dt - e^{-a^2} \int_0^\alpha e^{t^2} \operatorname{sen} 2at dt \end{aligned}$$

$$+ i \left[ e^{-b^2} \int_0^a e^{t^2} \cos 2bt \, dt + e^{a^2} \int_a^b e^{-t^2} \sin 2at \, dt \right. \\ \left. - e^{-a^2} \int_0^a e^{t^2} \cos 2at \, dt \right] = 0,$$

que, pondo  $a = -\infty$  e  $b = \infty$ , dá

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} \, dt - e^{a^2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} \cos 2at \, dt \\ + ie^{a^2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} \sin 2at \, dt = 0.$$

Por ser

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} \, dt = \sqrt{\pi},$$

esta igualdade dá

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} \cos 2at \, dt = e^{-a^2} \sqrt{\pi},$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} \sin 2at \, dt = 0.$$

**35.** — Consideremos o integral

$$u = \int_s \frac{e^{i\omega z} \, dz}{(z - \alpha)^2 + \beta^2} = \int_s \frac{e^{i\omega z} \, dz}{(z - \alpha - i\beta)(z - \alpha + i\beta)},$$

onde  $\omega > 0$  e  $\beta > 0$ , e tomemos para contôrno da integração o rectangulo cujos lados são  $x = a$ ,  $x = b$ ,  $y = 0$ ,  $y = t$ , que supponmos assaz grande para conter no seu interior o ponto correspondente à quantidade  $\alpha + i\beta$ . O theorema de Cauchy dá, procedendo como no exemplo anterior e attendendo ao que se disse no n.º 47,

$$\int_0^b \frac{e^{i\omega t} \, dt}{(t - \alpha)^2 + \beta^2} + i \int_0^t \frac{e^{i\omega(b + it)} \, dt}{(b + it - \alpha)^2 + \beta^2} + \int_b^a \frac{e^{i\omega(il + t)} \, dt}{(il + t - \alpha)^2 + \beta^2} \\ + i \int_t^0 \frac{e^{i\omega(a + it)} \, dt}{(a + it - \alpha)^2 + \beta^2} = \frac{\pi e^{i\omega(\alpha + i\beta)}}{\beta}.$$

Temos porém (n.º 7 — VI)

$$\int_0^t \frac{e^{i\omega(b+it)} dt}{(b+it-\alpha)^2 + \beta^2} = \lambda_1 \frac{le^{i\omega(b+it_1)}}{(b+it_1-\alpha)^2 + \beta^2},$$

e esta igualdade mostra que é

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^t \frac{e^{i\omega(a+it)} dt}{(b+it-\alpha)^2 + \beta^2} = 0.$$

Do mesmo modo se mostra que é

$$\lim_{a \rightarrow -\infty} \int_0^t \frac{e^{i\omega(b+it)} dt}{(a+it-\alpha)^2 + \beta^2} = 0.$$

Temos pois

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\omega t} dt}{(t-\alpha)^2 + \beta^2} - e^{-l\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\omega t} dt}{(il+t-\alpha)^2 + \beta^2} = \frac{\pi e^{i\omega(\alpha+i\beta)}}{\beta}.$$

Como o segundo d'estes integraes tem um valor finito e determinado, esta igualdade dá, fazendo tender  $l$  para  $\infty$ ,

$$(1) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\omega t} dt}{(t-\alpha)^2 + \beta^2} = \frac{\pi e^{i\omega(\alpha+i\beta)}}{\beta}.$$

Mudando n'esta relação  $\alpha$  em  $-\alpha$  e  $t$  em  $-t$ , vem

$$(1') \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\omega t} dt}{(t-\alpha)^2 + \beta^2} = \frac{\pi e^{i\omega(-\alpha+i\beta)}}{\beta}.$$

Da igualdade (1) tira-se

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos \omega t + i \operatorname{sen} \omega t}{(t-\alpha)^2 + \beta^2} dt = \frac{\pi e^{-\omega\beta}}{\beta} (\cos \omega\alpha + i \operatorname{sen} \omega\alpha),$$

e portanto

$$(2) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos \omega t}{(t-\alpha)^2 + \beta^2} dt = \frac{\pi e^{-\omega\beta} \cos \omega\alpha}{\beta},$$

$$(3) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen } \omega t \, dt}{(t - \alpha)^2 + \beta^2} = \frac{\pi e^{-\omega\beta} \text{sen } \omega\alpha}{\beta}.$$

Derivando (2) e (3) relativamente a  $\omega$ , vem

$$(4) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t \text{ sen } \omega t \, dt}{(t - \alpha)^2 + \beta^2} = \frac{\pi}{\beta} e^{-\omega\beta} (\alpha \text{ sen } \omega\alpha + \beta \cos \omega\alpha),$$

$$(5) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t \cos \omega t \, dt}{(t - \alpha)^2 + \beta^2} = \frac{\pi}{\beta} e^{-\omega\beta} (\alpha \cos \omega\alpha - \beta \text{sen } \omega\alpha).$$

Das quatro igualdades precedentes tira-se

$$(6) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(t - \alpha) \text{ sen } \omega t \, dt}{(t - \alpha)^2 + \beta^2} = \pi e^{-\omega\beta} \cos \omega\alpha,$$

$$(7) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(t - \alpha) \cos \omega t \, dt}{(t - \alpha)^2 + \beta^2} = -\pi e^{-\omega\beta} \text{sen } \omega\alpha.$$

Por ser

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\omega t} \, dt}{t - \alpha - i\beta} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(t - \alpha) \cos \omega t - \beta \text{sen } \omega t}{(t - \alpha)^2 + \beta^2} \, dt \\ &+ i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(t - \alpha) \text{sen } \omega t + \beta \cos \omega t}{(t - \alpha)^2 + \beta^2} \, dt, \end{aligned}$$

temos, em virtude das igualdades (2), (3), (6) e (7),

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\omega t} \, dt}{t - \alpha - i\beta} = -2\pi e^{-\omega\beta} \text{sen } \omega\alpha + 2i\pi e^{-\omega\beta} \cos \omega\alpha,$$

ou

$$(8) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\omega t} \, dt}{t - \alpha - i\beta} = 2i\pi e^{i\omega(\alpha + i\beta)},$$

onde  $\beta > 0$ .

Do mesmo modo se acha

$$(9) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\omega t} \, dt}{t - \alpha + i\beta} = 0,$$

onde  $\beta > 0$ .

Das igualdades (8) e (9) tira-se, mudando  $\alpha$  em  $-\alpha$  e  $t$  em  $-t$ ,

$$(9') \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\omega t} dt}{t - \alpha + i\beta} = -2i\pi e^{i\omega(-\alpha + i\beta)}$$

$$(8') \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\omega t} dt}{t - \alpha - i\beta} = 0.$$

Baseados nas igualdades (8), (9), (8') e (9') podemos achar todos os integraes definidos da fôrma

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) F(e^{iat}, e^{ibt}, \dots, \text{sen } \alpha_1 t, \text{sen } \alpha_2 t, \dots, \text{cos } \beta_1 t, \text{cos } \beta_2 t, \dots) dt,$$

onde  $f(t)$  representa uma funcção racional de  $t$  e  $F$  uma funcção inteira de  $e^{iat}$ ,  $e^{ibt}$ , etc. Com effeito, pode-se por meio do processo exposto nos n.ºs 17 e 18 do *C. I.* fazer depender este integral de integraes da fôrma (8), (8'), (9) e (9'). Deve-se observar que, para o integral considerado ser finito e determinado, não deve ter raizes reaes o denominador de  $f(t)$ , e que o grão do denominador d'esta funcção deve ser superior de duas unidades, pelo menos, ao grão do seu numerador.

No caso de a funcção  $f(t)$  ser real, o calculo do integral precedente pôde ser feito sem a introducção de imaginarios, decompondo  $f(t)$  pelo methodo do n.º 7 do *C. I.*, e decompondo  $F$  em parcelas da fôrma  $A \text{ sen } \omega t$  e  $B \text{ cos } \omega t$ .

Ficamos, com effeito, d'este modo reduzidos a achar integraes da fôrma

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(t - \alpha) \text{sen } \omega t dt}{[(t - \alpha)^2 + \beta^2]^n}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(t - \alpha) \text{cos } \omega t dt}{[(t - \alpha)^2 + \beta^2]^n}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen } \omega t dt}{[(t - \alpha)^2 + \beta^2]^n}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{cos } \omega t dt}{[(t - \alpha)^2 + \beta^2]^n}.$$

As formulas (2), (3), (6) e (7) dão os valores d'estes integraes correspondentes a  $n = 1$ .

Derivando relativamente a  $\beta$  as igualdades (7), (6), (3) e (2) obtem-se as relações

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(t - \alpha) \text{cos } \omega t dt}{[(t - \alpha)^2 + \beta^2]^2} = -\frac{\pi\omega}{2\beta} e^{-\beta\omega} \text{sen } \omega\alpha,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(t - \alpha) \operatorname{sen} \omega t \, dt}{[(t - \alpha)^2 + \beta^2]^2} = \frac{\pi \omega}{2\beta} e^{-\beta \omega} \cos \omega \alpha,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} \omega t \, dt}{[(t - \alpha)^2 + \beta^2]^2} = \frac{\pi}{2} \frac{(1 + \beta \omega) e^{-\beta \omega}}{\beta^3} \operatorname{sen} \omega \alpha,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos \omega t \, dt}{[(t - \alpha)^2 + \beta^2]^2} = \frac{\pi}{2} \frac{(1 + \beta \omega) e^{-\beta \omega}}{\beta^3} \cos \omega \alpha,$$

que dão os integraes correspondentes a  $n = 2$ .

Continuando a derivar estes integraes relativamente a  $\beta$  obtem-se os integraes correspondentes a  $n = 3, 4$ , etc.

**36.** — Consideremos o integral

$$\int_S \frac{e^{xz} \, dz}{1 + e^z}, \quad 0 < \alpha < 1,$$

e seja  $S$  um contôrno rectangular cujos lados são  $x = -a$ ,  $x = b$ ,  $y = 0$ ,  $y = 2\pi$ .

No interior d'este contôrno a funcção  $\frac{e^{xz}}{1 + e^z}$  admite um pólo simples  $i\pi$ , e o seu residuo relativamente a este pólo é  $\frac{e^{xi\pi}}{e^{i\pi}} = e^{(\alpha - 1)i\pi}$ . Temos pois, procedendo como nos exemplos anteriores,

$$\begin{aligned} & \int_{-a}^b \frac{e^{\alpha t} \, dt}{1 + e^t} + ie^{2b} \int_0^{2\pi} \frac{e^{\alpha it} \, dt}{1 + e^b e^{it}} \\ & + e^{2ai\pi} \int_b^{-a} \frac{e^{\alpha t} \, dt}{1 + e^t} + ie^{-aa} \int_{2\pi}^0 \frac{e^{\alpha it} \, dt}{1 + e^{-a} e^{it}} = 2i\pi e^{(\alpha - 1)i\pi}. \end{aligned}$$

Mas, por ser (n.º 7 — VI)

$$\int_0^{2\pi} \frac{e^{xb} e^{\alpha it} \, dt}{1 + e^b e^{it}} = \lambda_1 \frac{2\pi e^{2b} e^{\alpha it_1}}{1 + e^b e^{it_1}},$$

e

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \frac{e^{ab}}{1 + e^b e^{it_1}} = \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{1}{e^{-ab} + e^{(1-\alpha)b} e^{it_1}} = 0,$$

temos

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^{2\pi} \frac{e^{ab} e^{xit} dt}{1 + e^b e^u} = 0.$$

Do mesmo modo se acha

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-aa} e^{xit} dt}{1 + e^{-a} e^u} = 0.$$

Logo a igualdade anterior dá

$$(1 - e^{2ai\pi}) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{xt} dt}{1 + e^t} = 2i\pi e^{(x-1)i\pi},$$

d'onde resulta

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{xt} dt}{1 + e^t} = \frac{2i\pi e^{-i\pi}}{e^{-i\pi} - e^{+i\pi}} = \frac{\pi}{\text{sen } \alpha\pi}.$$

D'esta igualdade tira-se, pondo  $e^t = x$ , a igualdade seguinte, devida a Euler:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1} dx}{1+x} = \frac{\pi}{\text{sen } \alpha\pi}.$$

**37.** — Consideremos ainda o integral

$$\int_C \frac{e^z dz}{z-a},$$

$C$  representando uma circumferencia de raio  $\rho$  descripta á roda do ponto  $a$  como centro. Teremos, applicando o theorema de Cauchy,

$$\int_C \frac{e^z dz}{z-a} = 2i\pi e^a.$$

Pondo agora

$$z - a = \rho e^{i\omega},$$

vem

$$\begin{aligned} \int_C \frac{e^z dz}{z - a} &= ie^a \int_0^{2\pi} e^{\rho e^{i\omega}} d\omega \\ &= ie^a \int_0^{2\pi} e^{\rho (\cos \omega + i \operatorname{sen} \omega)} d\omega \\ &= ie^a \int_0^{2\pi} e^{\rho \cos \omega} \cos(\rho \operatorname{sen} \omega) d\omega - e^a \int_0^{2\pi} e^{\rho \cos \omega} \operatorname{sen}(\rho \operatorname{sen} \omega) d\omega. \end{aligned}$$

Temos pois a igualdade

$$\begin{aligned} ie^a \int_0^{2\pi} e^{\rho \cos \omega} \cos(\rho \operatorname{sen} \omega) d\omega - e^a \int_0^{2\pi} e^{\rho \cos \omega} \operatorname{sen}(\rho \operatorname{sen} \omega) d\omega \\ = 2i\pi e^a, \end{aligned}$$

que dá

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} e^{\rho \cos \omega} \cos(\rho \operatorname{sen} \omega) d\omega &= 2\pi \\ \int_0^{2\pi} e^{\rho \cos \omega} \operatorname{sen}(\rho \operatorname{sen} \omega) d\omega &= 0. \end{aligned}$$

A segunda d'estas igualdades é evidente. A primeira é devida a Poisson (1).

**38.** — Como ultima applicação consideremos o integral

$$u = \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\varphi}{x - \alpha + \sqrt{x^2 - 1} \cos \varphi}.$$

Este integral, pondo  $z = e^{i\varphi}$ , transforma-se no integral curvilineo

$$\int_S \frac{2dz}{i [2(x - \alpha)z + \sqrt{x^2 - 1}(z^2 + 1)]},$$

(1) *Journal de l'École Polytechnique de Paris*, cad. XIX.



S representando uma circumferencia de raio igual á unidade e com o centro collocado na origem das coordenadas.

Por ser

$$\frac{2}{i [2(x - \alpha)z + \sqrt{x^2 - 1}(z^2 + 1)]} = \frac{2}{i \sqrt{x^2 - 1}(z - z')(z - z'')},$$

onde

$$z' = \frac{-(x - \alpha) + \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha x + 1}}{\sqrt{x^2 - 1}},$$

$$z'' = \frac{-(x - \alpha) - \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha x + 1}}{\sqrt{x^2 - 1}},$$

vê-se que os residuos  $A_1$  e  $B_1$  d'esta funcção relativamente a  $z'$  e  $z''$  são respectivamente

$$A_1 = \frac{1}{i \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha x + 1}},$$

$$B_1 = -\frac{1}{i \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha x + 1}} = -A_1.$$

Mas da igualdade  $z' z'' = 1$  resulta que o módulo de uma das raizes  $z'$  e  $z''$  é inferior á unidade e o módulo da outra é superior á unidade, e portanto que uma d'estas raizes está dentro e a outra fóra da circumferencia S. Temos pois, em virtude do theorema de Cauchy,

$$(A) \left\{ \begin{aligned} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\varphi}{x - \alpha + \sqrt{x^2 - 1} \cos \varphi} &= \int_S \frac{2dz}{i [2(x - \alpha)z + \sqrt{x^2 - 1}(z^2 + 1)]} \\ &= \pm \frac{2\pi}{\sqrt{\alpha^2 - 2\alpha x + 1}}, \end{aligned} \right.$$

devendo-se empregar o signal + quando é  $|z'| < 1$ , e o signal - no caso contrario.

Esta igualdade leva a algumas consequencias importantes.

1.º—Seja  $\alpha$  uma quantidade infinitamente pequena. Temos

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} z' = -\frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}} = -\sqrt{\frac{x-1}{x+1}},$$

e portanto, pondo  $x = x_1 + iy_1$ ,

$$\begin{aligned} \left| \lim_{\alpha \rightarrow 0} z' \right|^2 &= \left| \frac{x_1 + iy_1 - 1}{x_1 + iy_1 + 1} \right|^2 = \frac{(x_1 - 1)^2 + y_1^2}{(x_1 + 1)^2 + y_1^2} \\ &= 1 - \frac{4x_1}{(x_1 + 1)^2 + y_1^2}. \end{aligned}$$

Esta igualdade faz vêr que o módulo de  $z'$ , para valores sufficientemente pequenos de  $\alpha$ , é maior ou menor do que a unidade segundo  $x_1$  é negativo ou positivo.

Desenvolvendo n'este caso os dois membros de (A) em série ordenada segundo as potencias de  $\alpha$ , e igualando os coefficients das mesmas potencias de  $\alpha$  nos dois membros, temos a igualdade, devida a Laplace,

$$X_n = \pm \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\varphi}{(x + \sqrt{x^2 - 1} \cos \varphi)^{n+1}}.$$

onde  $X_n$  representa o polynomio de Legendre de grão  $n$ , e onde se deve empregar o signal  $+$  quando a parte real de  $x$  é positiva, e o signal  $-$  no caso contrario.

2.º—Seja agora  $\alpha$  infinitamente grande. N'este caso temos  $|z'| = \infty$  e portanto  $|z'| < 1$ , e a formula (A) dá

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\varphi}{x - \alpha + \sqrt{x^2 - 1} \cos \varphi} = -\frac{2\pi}{\sqrt{\alpha^2 - 2\alpha x + 1}},$$

ou, pondo  $\alpha' = \frac{1}{\alpha}$ ,

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\varphi}{1 - (x + \sqrt{x^2 - 1} \cos \varphi) \alpha'} = \frac{2\pi}{\sqrt{\alpha'^2 - 2\alpha' x + 1}}.$$

Devolvendo os dois membros d'esta igualdade em série ordenada segundo as potencias de  $\alpha'$ , e igualando os coefficientes

tes das mesmas potencias de  $\alpha'$  nos dois membros, vem a igualdade, devida a Jacobi,

$$X_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (x + \sqrt{x^2 - 1} \cos \varphi)^n d\varphi.$$

**39.** — Aproveitaremos esta occasião, que nos levou a fallar dos polynomios de Legendre, para completar o quadro das propriedades principaes d'estes polynomios, demonstrando as duas propriedades expressas pelas igualdades

$$(A) \quad \int_{-1}^{+1} X_m X_n dx = 0, \quad \int_{-1}^{+1} X_n^2 dx = \frac{2}{2n+1}.$$

Vimos no *Calculo Differencial* que é

$$(B) \quad X_n = \frac{1}{2^n \cdot n!} \frac{d^n (1 - x^2)^n}{dx^n};$$

e portanto temos, integrando por partes

$$\begin{aligned} \int X_m X_n dx &= \frac{1}{2^n n!} \int X_m \frac{d^n (1 - x^2)^n}{dx^n} dx \\ &= \frac{1}{2^n n!} \left[ X_m \frac{d^{n-1} (1 - x^2)^n}{dx^{n-1}} - \int X'_m \frac{d^{n-1} (1 - x^2)^n}{dx^{n-1}} dx \right], \end{aligned}$$

o que dá

$$\int_{-1}^{+1} X_m X_n dx = - \frac{1}{2^n n!} \int_{-1}^{+1} X'_m \frac{d^{n-1} (1 - x^2)^n}{dx^{n-1}} dx.$$

Do mesmo modo se acha

$$\int_{-1}^{+1} X'_m \frac{d^{n-1} (1 - x^2)^n}{dx^{n-1}} dx = - \int_{-1}^{+1} X''_m \frac{d^{n-2} (1 - x^2)^n}{dx^{n-2}} dx$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\int_{-1}^{+1} X_m^{(n-1)} \frac{d(1 - x^2)^n}{dx} dx = - \int_{-1}^{+1} X_m^{(n)} (1 - x^2)^n dx.$$

Temos pois

$$\int_{-1}^{+1} X_m X_n dx = (-1)^n \frac{1}{2^n n!} \int_{-1}^{+1} X_m^{(n)} (1 - x^2)^n dx.$$

Posto isto, seja  $n > m$ . Por ser  $X_m$  um polynomio inteiro do grão  $m$ , é  $X_m^{(n)} = 0$ , e portanto

$$\int_{-1}^{+1} X_m X_n dx = 0.$$

Seja agora  $m = n$ . Teremos

$$\int_{-1}^{+1} X_n^2 dx = (-1)^n \frac{1}{2^n n!} \int_{-1}^{+1} X_n^{(n)} (1-x^2)^n dx.$$

Mas a formula (B) mostra que é

$$X_n^{(n)} = \frac{(-1)^n (2n)!}{2^n n!}.$$

Logo temos

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{+1} X_n^2 dx &= \frac{(2n)!}{2^{2n} (n!)^2} \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^n dx \\ &= \frac{(2n)!}{2^{2n} (n!)^2} \int_{-1}^{+1} (1+x)^n (1-x)^n dx. \end{aligned}$$

Mas, pondo  $1+x = 2t$ , vem

$$\int_{-1}^{+1} (1+x)^n (1-x)^n dx = 2^{2n+1} \int_0^1 t^n (1-t)^n dt,$$

ou

$$\int_0^1 (1-x^2)^n dx = \frac{n! 2^{2n+1}}{(n+1)(n+2)\dots(2n+1)}.$$

Portanto será

$$\int_{-1}^{+1} X_n^2 dx = \frac{(2n)! n! 2^{2n+1}}{2^{2n} (n!)^2 (n+1)\dots(2n+1)} = \frac{2}{2n+1}.$$

As igualdades (A) foram descobertas por Legendre.

## VI

**Aplicação do theorema de Cauchy  
à resolução das equações**

**40.**— Sejam  $f(z)$  uma função holomorpha de  $z$ ;  $A$  uma área, limitada por um contôrno unico  $S$ , contida toda na região em que a função  $f(z)$  é holomorpha;  $F(z)$  uma função de  $z$  holomorpha na área  $A$ ;  $a_1, a_2, \dots, a_n$  as raizes de  $f(z) = 0$  representadas por pontos do interior da área  $A$  e  $\alpha, \beta, \dots, \lambda$  os seus grãos de multiplicidade.

A igualdade

$$f(z) = (z - a_1)^\alpha f_1(z)$$

dá, derivando os logarithmos dos dois membros e multiplicando-os por  $F(z)$ , a igualdade seguinte:

$$\frac{F(z) f'(z)}{f(z)} = \frac{\alpha F(z)}{z - a_1} + \frac{F(z) f'_1(z)}{f_1(z)},$$

que mostra que o residuo de  $\frac{F(z) f'(z)}{f(z)}$  relativamente a  $a_1$  é igual a  $\alpha F(a_1)$ .

Do mesmo modo se acha que os residuos da mesma função relativamente a  $a_2, a_3, \dots, a_n$  são iguaes a  $\beta F(a_2), \dots, \lambda F(a_n)$ .

O theorema demonstrado no n.º 16 dá pois a formula seguinte:

$$(1) \int_S \frac{F(z) f'(z) dz}{f(z)} = 2i\pi [\alpha F(a_1) + \beta F(a_2) + \dots + \lambda F(a_n)],$$

devida a Cauchy, da qual este eminente geometra tirou muitas consequências importantes. Limitando-nos áquellas que têm relação com a resolução da equação  $f(z) = 0$ , notaremos em primeiro logar que esta igualdade dá, pondo  $F(z) = 1$ ,

$$(2) \quad \frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{f'(z) dz}{f(z)} = \alpha + \beta + \dots + \lambda = m$$

isto é, a expressão por meio de um integral definido do número de raízes contidas na área  $A$ , como já se viu no n.º 18.

Se a equação  $f(z) = 0$  não contiver raízes iguaes, temos

$$\frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{f'(z) dz}{f(z)} = n.$$

N'este caso podemos, considerando áreas, cada vez menores, separar as raízes da equação proposta, isto é determinar áreas que contenham, cada uma, uma só raiz. Basta para isso calcular, levando a approximação até ás unidades, o integral que entra no primeiro membro d'esta igualdade, diminuindo  $A$  até obter para  $n$  o valor 1.

Notaremos em segundo logar que, se no interior da área  $A$  existe uma unica raiz  $a$  e esta raiz é simples, a formula (1) dá

$$(3) \quad \frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{F(z) f'(z) dz}{f(z)} = F(a),$$

e, em particular,

$$(4) \quad \frac{1}{2i\pi} \int_S \frac{z f'(z) dz}{f(z)} = a.$$

Por meio d'esta formula pode-se, feita primeiramente a separação das raízes, determinar as raízes da equação proposta, com a approximação que se quizer, calculando os integraes definidos por meio dos quaes vêem expressas.

**41.** — Para calcular o integral que entra na formula (2) procede Cauchy do modo seguinte:

Sejam  $x = \varphi(t)$  e  $y = \psi(t)$  as equações do contórno  $S$ , e supponhamos que, quando  $z$  descreve uma vez este contórno,  $t$  varia desde  $b$  até  $c$ . Teremos

$$\int_S \frac{f'(z) dz}{f(z)} = \int_b^c \frac{f'[\varphi(t) + i\psi(t)] [\varphi'(t) + i\psi'(t)] dt}{f[\varphi(t) + i\psi(t)]}$$

ou, pondo

$$f [z(t) + i\psi(t)] = \Phi(t) + i\Psi(t),$$

$$\int_s \frac{f'(z) dz}{f(z)} = \int_b^c \frac{\Phi'(t) + i\Psi'(t)}{\Phi(t) + i\Psi(t)} dt$$

$$= \int_b^c \frac{\Phi'(t)\Phi(t) + \Psi'(t)\Psi(t)}{\Phi^2(t) + \Psi^2(t)} dt + i \int_b^c \frac{\Phi(t)\Psi'(t) - \Psi(t)\Phi'(t)}{\Phi^2(t) + \Psi^2(t)} dt.$$

Logo a formula (2) dá

$$m = \frac{1}{2\pi} \int_b^c \frac{\Phi(t)\Psi'(t) - \Psi(t)\Phi'(t)}{\Phi^2(t) + \Psi^2(t)} dt,$$

ou

$$m = \frac{1}{2\pi} \int_b^c \frac{d \frac{\Psi(t)}{\Phi(t)}}{1 + \frac{\Psi^2(t)}{\Phi^2(t)}},$$

ou

$$m = \frac{1}{2\pi} \left[ \text{arc tang} \frac{\Psi(c)}{\Phi(c)} - \text{arc tang} \frac{\Psi(b)}{\Phi(b)} + \pi \text{ ind} \frac{\Psi(t)}{\Phi(t)} \right],$$

onde  $\text{ind} \frac{\Psi(t)}{\Phi(t)}$  representa o numero de vezes que a funcção  $\frac{\Psi(t)}{\Phi(t)}$  se torna infinita passando de positiva a negativa menos o numero de vezes que a mesma funcção se torna infinita passando de negativa a positiva.

Se notarmos agora que, quando  $t$  varia desde  $b$  até  $c$ , a variavel  $z$  descreve um contórno fechado partindo d'um ponto e voltando ao ponto de partida, ve-se que a quantidade

$$f(z) = \Phi(t) + i\Psi(t)$$

toma valores iguaes nos pontos  $b$  e  $c$  assim como o seu argumento  $\text{arc tang} \frac{\Psi(t)}{\Phi(t)}$ . Temos pois a igualdade

$$(5) \quad m = \frac{1}{2} \text{ ind} \frac{\Psi(t)}{\Phi(t)},$$





Mas, por ser

$$\frac{V}{V_1} = Q_1 - \frac{V_2}{V_1},$$

( $Q_1$  representando o quociente de divisão de  $V$  por  $V_1$ ) e por ser nullo o indice de  $Q_1$ , temos

$$\text{ind } \frac{V}{V_1} = - \text{ind } \frac{V_2}{V_1},$$

e do mesmo modo

$$\text{ind } \frac{V_1}{V_2} = - \text{ind } \frac{V_3}{V_2}, \dots, \text{ind } \frac{V_{n-2}}{V_{n-1}} = - \text{ind } \frac{V_n}{V_{n-1}}.$$

Sommando membro a membro as igualdades (7) e attendendo ás igualdades que vimos de achar e a que é (por ser  $V_n$  constante)  $\text{ind } \frac{V_{n-1}}{V_n} = 0$ , temos

$$\begin{aligned} \text{ind } \frac{V_1}{V} = \frac{1}{2} \left[ \text{sig}_{t=b} \frac{V}{V_1} + \text{sig}_{t=b} \frac{V_1}{V_2} + \dots + \text{sig}_{t=b} \frac{V_{n-1}}{V_n} \right. \\ \left. - \text{sig}_{t=c} \frac{V}{V_1} - \text{sig}_{t=c} \frac{V_1}{V_2} - \dots - \text{sig}_{t=c} \frac{V_{n-1}}{V_n} \right]. \end{aligned}$$

Por meio d'esta igualdade e da igualdade

$$m = \frac{1}{2} \text{ind } \frac{V_1}{V}$$

deduz-se o numero de raizes que  $f(z) = 0$  tem no interior da área  $A$ , procurando os signaes das funcções  $V, V_1, V_2, \dots, V_n$ . Temos d'este modo, para a separação das raizes imaginarias, um methodo analogo ao methodo de Sturm, para a separação das raizes reaes, demonstrado nos livros de Algebra.

# CHIMICA ORGANICA

## I

### Sur une réaction caractéristique de la cocaïne par M. Ferreira da Silva

(*Comunicação á Academia de Sciencias de Paris, apresentada pelo secretario perpetuo da mesma academia, o sr. Berthelot, em sessão de 18 d'agosto de 1890*)

J'ai l'honneur de communiquer à l'Académie une réaction caractéristique de la cocaïne, que je viens de trouver au cours d'une recherche toxicologique. Ce n'est pas une réaction de coloration, comme la plupart de celles qu'on utilise pour l'identification des alcaloïdes; mais elle repose sur la production de certains produits odorants, production cependant comparable en sensibilité à beaucoup de réactions colorées.

Voici cette réaction: on traite une petite portion de cocaïne ou d'un de ses sels à l'état solide, ou le résidu de l'évaporation d'une de ses solutions, par quelques gouttes d'acide nitrique fumant, de densité 1,4. On évapore à siccité au bain-marie; on traite le résidu par une ou deux gouttes d'une solution alcoolique concentrée de potasse, et l'on mélange bien avec une baguette en verre; on observera une odeur distincte et spéciale, qui rappelle celle de la menthe poivrée (1).

On remarquera que le *modus faciendi* est presque le même que pour reconnaître l'atropine (réaction de Vitali). Mais les réactifs ci-dessus n'avaient été employés jusqu'à ce jour que pour la production des réactions colorées.

La réaction que j'ai exposée permet de distinguer la cocaïne des autres alcaloïdes du même groupe. On sait que la cocaïne appartient, dans la classification analytique de Dragen-

(1) Dans les analyses toxicologiques où l'on dispose de petites quantités de matière, il sera bon d'évaporer dans de petites capsules en porcelaine (3<sup>me</sup> de diamètre et 4<sup>me</sup> de capacité), placées sur un petit bain-marie qu'on peut faire *ad hoc*, et d'agiter avec de petites baguettes de verre de 3<sup>me</sup> de diamètre.

dorff, au groupe des alcaloïdes qu'on peut retirer d'une solution aqueuse ammoniacale par la benzine. On trouve dans ce groupe l'atropine, la brucine, la cinchonine, la codéine, la delphine, l'ésérine, l'hyoscyamine, la narcotine, la pilocarpine, la quinine, la quinidine, la sabadilline, la strychnine et la vératrine. C'est le groupe d'alcaloïdes le plus complexe et le plus important par le nombre et l'énergie des poisons qu'il contient.

Sans m'arrêter maintenant à exposer en détail les effets des réactifs ci-dessus sur ces alcaloïdes, je dirai seulement, en résumé, que l'atropine, l'hyoscyamine, la strychnine, la codéine et l'ésérine donnent des colorations, et que cette dernière produit encore un principe odorant désagréable, qui rappelle celui de la phénylcarbylamine. La delphine, la brucine et la vératrine ne donnent que des principes d'une odeur peu active, qu'on ne peut pas confondre avec celle de la cocaïne, et qui me paraissent peu propres à la recherche analytique. La sabadilline et la narcotine pourront se reconnaître par ce moyen. Les autres alcaloïdes ne donnent pas de réactions sensibles de ce genre.

Non seulement la réaction citée est caractéristique, mais elle est aussi très sensible. J'ai pu reconnaître, par ce moyen, jusqu'à un demi-décimilligramme de chlorhydrate de cocaïne.

(COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES  
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES, tome CXI, 1890,  
p. 348, du 18 août 1890.)

N. B. M. A. Béhal, professeur agrégé à l'École de Pharmacie de Paris, a démontré que la substance produite dans la réaction est de l'éther benzoïque. Voici l'extrait du procès-verbal de la séance de la Société de Pharmacie de Paris du 5 novembre 1890, où il a fait cette communication:

«M. Béhal a réussi à isoler et à caractériser le principe odorant que se forme dans la réaction indiquée par M. Ferreira da Silva pour reconnaître la cocaïne.

«5 gr. de cocaïne furent traités par l'acide nitrique fumant; la solution, évaporée en consistance sirupeuse, fut additionnée de potasse alcoolique, puis agitée avec de l'éther. Ce dernier, lavé à l'acide chlorhydrique, puis à l'eau, fut évaporé. Le résidu fut distillé en présence de l'eau jusqu'à ce que le liquide aqueux passât limpide; on recueillit ainsi une huile plus lourde que l'eau, qui desséchée, bouillait à 209-211° et répondait à la formule  $C_{10}H_{10}O_2$ . Ce produit saponifié par la potasse aqueuse fournit un corps peu soluble dans l'eau froide, fondant à 121-122° et sublimable. C'est de l'acide benzoïque. Comme le corps précédent présente les propriétés physiques et la composition de l'éther benzoïque, M. Béhal conclut que le produit odorant formé dans la réaction de M. da Silva est du benzoate d'éthyle.

«Les sels de cocaïne traités directement par la potasse alcoolique laissent percevoir nettement l'odeur du benzoate d'éthyle.

«M. Béhal ajoute quelques considérations théoriques sur la formation du benzoate d'éthyle dans la réaction».

(JOURNAL DE PHARMACIE ET DE CHIMIE, 5.<sup>e</sup> série,  
t. XXII, p. 539; et RÉPERTOIRE DE PHARMACIE, n.° 12, 1890, p. 579).

## II

Sur l'emploi du sélénite d'ammoniaque pour  
caractériser les alcaloïdes  
par M. A.-J. Ferreira da Silva

(*Comunicação d Academia de Sciencias de Paris, apresentada pelo sr. Ch. Friedel, membro do Instituto, em sessão do 1.º de junho de 1891*).

« Dans une Note présentée à l'Académie au mois de juin 1885, M. Lafon a signalé un nouveau réactif pour la morphine et la codéine. C'est le sulfosélénite d'ammoniaque, qu'il prépare en dissolvant 1<sup>er</sup> de sélénite d'ammoniaque dans 20<sup>es</sup> d'acide sulfurique concentré. Ce réactif donne une couleur verte avec ces deux alcaloïdes ; les autres se comportent d'une manière très différente. On voit donc qu'il est d'un usage précieux dans l'étude toxicologique des empoisonnements par les alcaloïdes de l'opium.

» En étudiant l'action de ce même réactif sur les autres alcaloïdes végétaux, j'ai eu l'occasion de rencontrer des faits nouveaux qui montrent que son emploi peut s'étendre avec avantage pour caractériser quelques autres alcaloïdes. Je demande la permission de les indiquer (1).

» J'ai opéré sur les alcaloïdes suivants : atropine, aconitine, berbérine, brucine, caféine, cinchonine, cinchonidine, cocaïne, curarine, delphine, digitaline, morphine, narcotine, narcéine, papavérine, pilocarpine, solanine, saponine, sénéguine et vératrine.

» Voici les résultats que j'ai obtenus :

» *Atropine*. — Pas de coloration.

» *Aconitine*. — Pas de colorations immédiat; vingt minutes après, coloration très légèrement rose.

» *Berbérine*. — Coloration jaune verdâtre, devenant successivement très brune, rose aux bords et violet au milieu, et une demi-heure après tout à fait rouge vineux persistant pendant trois heures.

» *Brucine*. — Coloration rougeâtre ou rose, devenant tout de suite orangé pâle. Une demi-heure après, coloration ambree et pas de dépôt. Au bout de trois heures, *idem*.

(1) J'ai employé, pour faire ces réactions, de petites portions d'alcaloïdes que je plaçais soit sur des verres de montre déposés sur du papier blanc, soit sur de petites capsules de porcelaine (3<sup>es</sup> de diamètre et 1<sup>es</sup> de capacité).

» *Caféine*. — Pas de coloration sensible. Au bout de trois heures le liquide était rougeâtre et l'on y voyait un très léger dépôt qui n'était pas rouge.

» *Cinchonidine*. — Rien.

» *Cinchonine*. — Rien.

» *Cocaïne*. — Pas de coloration saisissable ni précipité, une demi-heure après. Au bout de trois heures, la même réaction que la caféine.

» *Curarine*. — Coloration violacée légère; après quelque temps, rougeâtre. Pas de dépôt rouge à la fin de trois heures.

» *Delphine*. — Coloration légèrement rougeâtre passant au rouge violacé. Pas de précipité au bout de trois heures.

» *Digitaline*. — Pas de coloration immédiate. Une demi-heure après, le liquide était jaunâtre. Après trois heures, il y avait un dépôt rougeâtre.

» *Ésérine*. — Coloration jaune citrin devenant orangée. Trois heures après, coloration plus pâle.

» *Morphine*. — Coloration bleu verdâtre très vive; une demi-heure après, jaune marron et pas de dépôt (réaction très sensible). Après trois heures, le liquide était brun marron. Pas de dépôt rouge.

» *Narcotine*. — Coloration bleuâtre devenant violacée et ensuite rougeâtre. Après une demi-heure, belle couleur rougeâtre et pas de précipité. Après trois heures, il y avait un petit dépôt rouge, sur quelques points, à la surface de la capsule.

» *Narcéine*. — Coloration vert jaune devenant brunâtre et après une demi-heure rougeâtre. Au bout de ce temps, dépôt rouge, très sensible au fond de la capsule après deux à trois heures.

» *Papavérine*. — Couleur bleuâtre; le liquide devient vert bouteille, vert jaunâtre sale, bleu violet et puis rouge. Au fond de la capsule, un petit dépôt bleuâtre.

» *Pilocarpine*. — Rien.

» *Solanine*. — Coloration jaune serin et puis brunâtre. Après une demi-heure, il s'était formé un anneau rose. Au bout de trois heures, le liquide était violet rouge.

» *Saponine*. — Coloration jaunâtre devenant légèrement rougeâtre. (Réaction peu nette.)

» *Sénéguine*. — Coloration jaune sale légère. Après trois heures, le liquide était rougeâtre.

» *Vératrine*. — Coloration jaunâtre peu nette, quelquefois avec un ton vert, jaune après une demi-heure. Après trois heures, dépôt rouge et liquide jaunâtre. (Réaction de coloration peu nette.)

» On peut conclure de là que le réactif de Lafon permet de caractériser non seulement la morphine et la codéine, mais aussi la berbérine, l'ésérine, la narcotine, la papavérine, la solanine et la narcéine : les premières par les réactions de coloration ; la narcéine non seulement par la production immédiate d'une couleur vert jaunâtre passant au brun et, au bout d'une demi-heure, au rougeâtre ; mais aussi par la formation d'un dépôt rouge qu'on voit plus distinctement déposé, deux ou trois heures après, sur les parois et au fond de la capsule.

» Je dois faire remarquer que la réaction avec l'ésérin n'est bien nette qu'avec un produit bien pur ; j'ai opéré avec un échantillon très pur, incolore et bien cristallisé, de C.-F. Boehringer et Söhne (Mannheim).

» M. Lafon expliquait la réaction de la morphine et de la codéine, dont les analogies ont été démontrées par les recherches de M. Grimaux, par le pouvoir réducteur de ces deux alcaloïdes. Le sélénium serait mis en liberté sous leur influence, et, en se dissolvant dans l'acide sulfurique, il lui donnerait la couleur verte ; puis, l'acide sulfurique, attirant l'humidité de l'air, donnerait lieu à la précipitation du sélénium en rouge, comme on peut le faire en ajoutant de l'eau à une solution sulfurique de sélénium.

» Les faits que j'ai cités démontrent qu'on ne peut faire dépendre les phénomènes observés de la simple considération du pouvoir réducteur desdits alcaloïdes. On vient de voir, en effet, que la narcéine, qui, au point de vue de ses propriétés réductrices, est bien inférieure à la morphine, détermine une séparation du sélénium bien plus rapide et plus nette que la morphine. Nous voyons d'ailleurs combien est variée l'action du réactif sur les divers alcaloïdes, et comment on peut l'utiliser pour établir de bonnes réactions de coloration.

» Il y a donc quelque chose de spécial dans cette réaction, qui tient principalement à la nature de l'alcaloïde employé.»

(COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES  
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES, tome CXII, 1891,  
p. 1266, du 1<sup>er</sup> juin 1891.)

# CHIMICA APPLICADA

---

Sur l'oxyde jaune de mercure, dans l'analyse des vins par A. J. Ferreira da Silva

---

Dans les derniers numéros de la *Revue internationale des falsifications*, du 15 avril et 15 mai de cette année (1), on trouve une exposition très soignée des principes sur lesquels on peut juger de la pureté ou de la falsification des vins. Cette exposition est basée sur un rapport de MM. les Drs. W. Fresenius et B. Haas et a été approuvée au congrès international d'agriculture et d'horticulture, tenu à Vienne, du 1 au 6 septembre 1890.

L'importance du document me porte à faire quelques réserves sur une des méthodes recommandées dans les dites instructions, relativement à la manière de déceler la présence des matières colorantes du goudron. C'est la méthode à l'oxyde jaune de mercure dû à M. le professeur Cazeneuve. Ce procédé consiste à ajouter à 10 c.c. de vin dans un tube à essai 0,2 gr. à 0,3 gr. d'oxyde jaune de mercure, à agiter fortement ou moins pendant  $\frac{1}{2}$  minute et ensuite à filtrer. Le filtratum serait incolore pour les vins naturels et plus ou moins rouge pour les vins colorés avec quelques couleurs artificielles, en particulier avec la fuchsine S (fuchsine acide) (2).

(1) *Revue internationale des falsifications*, organe officiel de la Commission internationale pour la répression des falsifications des denrées alimentaires. Rédacteur en chef: Dr. P. F. van Hamel Roos; Amsterdam; 4<sup>e</sup> année, p. 151 et 168.

(2) *Bulletin de la Société chimique de Paris*, 1885, t. 45, p. 237 — *Vierteljahresschrift über die Fortschritte auf dem Gebiete der chemie der Nahrungs- und Genussmittel*, herausgegeben von Dr. Hilger, J. König, R. Kayser und E. Sell, Erster Jahrgang, 1886, p. 81.—Cazeneuve, (Paul). *La coloration des vins par les couleurs de la houille*, Paris, 1886, p. 133.

Ayant eu l'occasion de faire des recherches sur la matière colorante de quelques vins purs portugais, j'ai été amené à conclure, il y a déjà quatre années, que l'application du procédé Cazeneuve conduirait à classer de falsifiés par les dérivés de la houille, un certain nombre de vins parfaitement naturels. J'ai donné à cet égard une simple indication dans une note sur l'analyse des deux nouveaux colorants pour les vins, que j'ai publiée en 1887 (1).

MM. Portes (2), Herz (3), et Blarez ont fait ensuite des observations semblables pour d'autres vins.

En face de cette discordance et pensant à l'importance du réactif, en raison de la simplicité de son emploi, M. Monavon, préparateur de chimie à la faculté de médecine et de pharmacie de Lyon, a jugé qu'il était intéressant d'examiner la question afin de rechercher ou était la vérité (4). Il a conclu de l'étude qu'il a fait, que tous les vins étrangers teinturiers sont décolorés par l'oxyde jaune employé dans la dose de 0,2 gr. Pour quelques-uns d'entre eux la dose d'oxyde a dû être portée à 30 centigrammes, chiffre que n'a jamais été dépassé. Une chauffe de 5 à 6 secondes a été nécessaire dans quelque cas. L'oxyde jaune de mercure du commerce, employé en dose progressive, dit le même auteur, et agité avec le vin qu'on porte quelques secondes à 100°, suffit dans tous les cas pour amener la décoloration (5).

J'ai été conduit à reprendre la question cette année et j'ai eu le soin de faire les essais sur des vins authentiques que j'ai fait moi-même préparer.

Un des échantillons, que j'ai étudié le mois d'avril dernier, avait l'âge de sept mois; il a été fabriqué avec des raisins de notre région de Doueo. Étudié avec le vinocolorimètre de Salleron, il avait le couleur 1<sup>er</sup> rouge et il possédait l'intensité 260.

En faisant l'essai à l'oxyde de mercure d'après les instructions de M. le professeur Cazeneuve, j'ai obtenu toujours un filtratum rouge, en opérant à froid.

En modifiant le procédé, c'est-à-dire, en chauffant pen-

(1) *Journal de pharmacie et de chimie*, 5.<sup>e</sup> série, t. xv, 1887, p. 67-69, et *Bulletin de la Société chimique de Paris*, t. XLVII, 1887, 1.<sup>o</sup>, p. 310-311.

(2) *Journal de pharmacie et de chimie*, t. xv, 1887, p. 637; et Portes et Ruysen, *Traité de la vigne*, t. 2.<sup>e</sup>, p. 570.

(3) *Moniteur scientifique*.—Nouvelle méthode pour reconnaître la coloration artificielle des vins; livraison du Juillet 1887, p. 770.

(4) Monavon (Marius)—*La coloration artificielle des vins*, Paris, 1890, p. 78.

(5) Monavon, *op. cit.*, p. 80.



dant quelques secondes, la réaction ne m'a paru plus sensible. Je n'ai réussi en ajoutant jusqu'à 0,60 gr. de l'oxyde. Pour decolorer le vin il m'a fallu employer 5 gr. pour 40 c.c. de vin. J'ai remarqué qu'il n'y avait de l'avantage à faire bouillir le liquide.

Qu'il me soit aussi permis de dire que je n'ai obtenu de meilleurs résultats en employant la méthode fondée sur l'emploi du sulfate de magnésie et de la soude caustique, dont la description est donnée par M. Joseph Herz et qui a été usitée dans le laboratoire royal de recherche de Wurzburg (1).

Voici, donc, des procédés par lesquels on serait tenté de classer de vins sulfo-fuchsinés des produits parfaitement naturels.

Pour diminuer les chances d'erreur du premier procédé il est bonne règle d'ajouter quelques gouttes d'ammoniaque à la liqueur filtrée, comme le conseillent Portes et Cazeneuve (2). Si la coloration est due aux matières colorantes du vin on obtient généralement une couleur verte ou verdâtre; au contraire, avec un vin sulfo-fuchsiné la couleur rouge devrait disparaître et on obtiendrait une liqueur incolore ou teintée de jaune. Mais on oomprend que ce moyen laisse quelque chose à désirer si on opère sur un mélange de vin naturel, que peut ne pas être decoloré complètement, et de sulfo-fuchsine, ce qui est le cas ordinaire (3).

Il faut certainement attribuer ces réactions spéciales de quelquesuns de nos vins à quelque particularité de leur matière colorante, dependant de la nature de cépages, de la région de culture, etc. Il y a déjà beaucoup de temps que j'ai remarqué que maintes fois on ne peut comparer de le ton de coloration de nos vins aux tons de l'échelle du colorimètre de M. Salleron, qui comprend dix couleurs, depuis le violet-rou-

(1) *Moniteur scientifique*, 4.<sup>e</sup> série, t. 1, 2.<sup>e</sup> partie, 1887, p. 770. M. Monavon fait une remarque semblable à propos de ce procédé (*Monavon, Coloration artificielle des vins*, p. 130).

(2) *Journal de pharmacie et de chimie*, 5.<sup>e</sup> série, t. xv, 1887, p. 637-638.

Cazeneuve.—*Coloration des vins par les couleurs de la houille*, Paris, 1886, pag. 184.

(3) Après avoir écrit cet article, j'ai lu dans le *Moniteur scientifique*, du juillet 1891 (4.<sup>e</sup> série, tome v, 2.<sup>e</sup> partie, p. 713) un extrait d'une note de M. J. H. Vogel, sur le dosage du sucre et du tannin dans les vins, publiée dans le — *Zeitschrift für angewandte Chemie*, 1891, p. 50 e 79, où se trouvet confirmée mon affirmation; l'auteur a constaté, en effet, la grande difficulté qu'il a éprouvé à decolorer les vins portugais par l'acétate de plomb, à tel point qu'il faudrait parfois employer trente fois autant d'acé-

ge, jusqu'au 3.<sup>e</sup> rouge et qui s'adopte parfaitement à la classification des vins de consommation française.

On sait, de reste, la variété des réactions qui présentent les anciens vins et ceux de nouveau cépages et de vignes américaines, les Jacquez, les Othello, des Bacchus, les Alicante, les Alicante-Bouschet, etc., différences qui ont rendu très difficile la détermination de la coloration artificielle des vins par des colorants végétaux, comme M. Monavon le fait très bien remarquer.

Quelque soit d'ailleurs la cause de ces particularités, qu'il me soit permis de les signaler aux chimistes qui s'occupent de l'analyse des vins et qui pourront être à même d'étudier quelque uns de nos vins naturels. Le procédé à l'oxyde jaune de mercure, je le répète, ne peut s'appliquer sans une grande réserve, à les caractériser comme vins naturels ni à bien préciser leurs sophistications par la sulfo-fuchsine.

Porto, le 23 mai 1891.



# INDICE

	Pag.
DISCURSO INAUGURAL . . . . .	5
<i>I Organização:</i>	
Pessoal da Academia . . . . .	21
Lentes jubilados e aposentados. . . . .	26
Cadeiras . . . . .	27
Plano dos estudos dos diversos cursos . . . . .	31
Condições da admissão dos alumnos . . . . .	42
Horario das aulas e exercicios . . . . .	43
Livros de texto. . . . .	44
Estabelecimentos da Academia . . . . .	46
<i>II Estatística:</i>	
Lista alphabetica dos alumnos . . . . .	103
Quadro estatístico dos alumnos segundo a sua naturalidade . . . . .	121
Quadro do exercicio dos cursos . . . . .	125
Alumnos classificados. . . . .	126
Classificação dos alumnos que terminaram o 3.º anno d'engenharia . . . . .	127
Designação dos alumnos que tiraram carta de capacidade . . . . .	128
Mapa estatístico do movimento academico . . . . .	129
<i>III Legislação e factos academicos:</i>	
Decreto de 5 d'abril de 1890 creando o ministerio d'Instrucção Publica e Bellas Artes . . . . .	131
Decreto de 10 e 25 de setembro de 1890, approvando o regulamento do Conselho Superior . . . . .	132 e 140
Representação do conselho academico sobre a suppressão da cadeira de Commercio e sua substituição por outra d'engenharia . . . . .	158
Representação do conselho sobre a criação do lugar de naturalista adjunto á 11.ª cadeira (Zoologia) . . . . .	160
Criação de gabinetes e colleções . . . . .	161
Decreto regulando o pagamento de propinas de matricula, etc. por meio de estampilhas . . . . .	165
<i>IV Secção scientifica:</i>	
<i>Fragmentos de um curso d'analyse infinitesimal, por F. Gomes Teixeira — VII (Calculo integral).</i>	
<i>Chimica organica — Sur une réaction caractéristique de la cocaine par M. Ferreira da Silva.</i>	
<i>Chimica applicada — Sur l'oxyde jaune de mercure, dans l'analyse des vins par A. J. Ferreira da Silva.</i>	

